

SERIE E

N° D'ORDRE : 238

THÈSE

PRÉSENTÉE

A L'UNIVERSITÉ DE CLERMONT - FERRAND II

(U. E. R. "Sciences Exactes et Naturelles à dominante recherche")

POUR OBTENIR LE GRADE DE
DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES

PAR

BERNARD MICHEL

ETUDE DE LA REACTION D'ELECTROPRODUCTION $p(e, e' \pi^+)n$:
FACTEUR DE FORME ET RAYON ELECTROMAGNETIQUE DU PION.

soutenue le 25 mars 1977 devant la commission d'examen :

PRESIDENT : M. D. ISABELLE

EXAMINATEURS : MME H. MATHIEU - FARAGGI

M. J. C. BIZOT

M. J. DUCLOS

M. P. KESSLER

M. J. PRORIOI

THÈSE

PRÉSENTÉE

A L'UNIVERSITÉ DE CLERMONT - FERRAND II

(U. E. R. "Sciences Exactes et Naturelles à dominante recherche")

POUR OBTENIR LE GRADE DE
DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES

PAR

BERNARD MICHEL

ETUDE DE LA REACTION D'ELECTROPRODUCTION $p(e, e' \pi^+)n$:

FACTEUR DE FORME ET RAYON ELECTROMAGNETIQUE DU PION.

soutenue le 25 mars 1977 devant la commission d'examen :

PRESIDENT : M. D. ISABELLE

EXAMINATEURS : MME H. MATHIEU - FARAGGI

M. J. C. BIZOT

M. J. DUCLOS

M. P. KESSLER

M. J. PRORIOI



U. E. R. des Sciences Exactes et Naturelles

PRESIDENT DE L'UNIVERSITE :

DIRECTEUR (Recherche) : Monsieur ROCHE Guy

PROFESSEURS

M. RAMBAUD René	Chimie Organique
M. ROQUES Maurice	Géologie
M. LAPADU-HARGUES Pierre	Minéralogie
M. LUTZ Hubert	Biologie Animale
M. RAOULT Gaston	Optique Physique Atomique et Moléculaire
M. CHAMPAGNAT Paul	Physiologie Végétale
M. DUPLESSIS-KERGOMARD Alain	Chimie Organique
Mme HENNEQUIN Françoise	Mathématiques Pures
Mlle BERTHET Ginette	Physique Electronique
M. LOISEAU Jean	Biologie et Physiologie Végétale
M. COMBE René	Physique du Solide et Cristallographie
M. de PUYTORAC Pierre	Zoologie
Mme AVAN Madeleine	Physique Nucléaire et Corpusculaire
M. DELOST Paul	Physiologie Animale
M. VIALARD André	Chimie Physique
M. KOHLMULLER Robert	Chimie Minérale
M. GUILLAUME Marcel	Algèbre
M. COMBE Jean	Physique Nucléaire et Corpusculaire
M. HENNEQUIN Paul	Mathématiques Appliquées
M. VINCENT Pierre	Volcanologie
M. VESSIERE Roger	Chimie Organique
M. BAILLAUD Lucien	Biologie et Physiologie Végétales
M. JOYON Louis	Biologie I. U. T. Clermont
M. PETERLONGO Jean-Marc	Géologie
M. ISABELLE Didier	Physique Nucléaire et Corpusculaire
M. SOULAGE René	Géophysique
M. LEMAIRE Jacques	Chimie Physique
M. ACCARY André	Métallurgie C. U. S. T.

M. BADRIKIAN Albert	Mathématiques Appliquées
M. MARTINET Pierre	Chimie Organique
M. ACKERMANN Patrick	Electronique Automatique C. U. S. T.
M. COURDUROUX Jean-Claude	Biologie et Physiologie Végétales
M. LARPENT Jean-Paul	Microbiologie Appliquée C. U. S. T.
M. THOMAS Jean	Optique Physique Atomique et Moléculaire
M. LEVY Philippe	Physique
M. GRAIN Jean	Zoologie et Biologie Cellulaire

PROFESSEURS SANS CHAIRE

Mlle DUCHER Suzanne	Chimie Organique
M. BATHIER Marcel	Physique du Solide et Cristallographie
M. CAPESTAN Michel	Chimie Minérale
M. FALGAS Maurice	Mathématiques Pures
M. MAISONNEUVE Jacques	Géologie
M. ROCHE Jean	Physique I. U. T. Clermont
M. LENOIR Marcel	Mathématiques Pures
M. PRORIOI Joseph	Physique I. U. T. Montluçon
M. ROCHE Guy	Physique Nucléaire et Corpusculaire
M. TEMPIER Paul	Géologie
M. DUFAURE Jean-Pierre	Cytophysiology
M. FANGUIN René	Physique I. U. T. Clermont
M. COUSSEINS Jean-Claude	Chimie Minérale
M. NIGOND Jacques	Agronomie I. U. T. Clermont
M. VELLE Georges	Psychophysiology
M. CHADEYRAS Marcel	Mathématiques Pures
M. MIGNOT Jean-Pierre	Zoologie
M. DURAND Roger	Biochimie C. U. S. T.
M. LE Thanh Phong	Mathématiques Pures

MAITRES DE CONFERENCES

Mme BESSERRE Anne-Marie	Mathématiques Pures
M. JEAN Claude	Physiologie Comparée et Endocrinologie
M. FONDEVILLE Jean-Claude	Biologie et Physiologie Végétales
M. BOILLAT Guy	Mathématiques Pures
M. CADORET Robert	Physique du Solide et Cristallographie

M. BESSERRE Daniel	Spectroscopie C. U. S. T.
M. LHOMME Jean	Chimie des Substances Naturelles C. U. S. T.
M. IMBAUD Jean-Pierre	Physique Electronique
M. MERCIER Michel	Physique I. U. T. Montluçon
M. AUSLENDER Alfred	Mathématiques Appliquées
M. GRAMAIN Jean-Claude	Chimie et Biochimie des Substances Naturelles
M. DUCATEAU Charles	Mathématiques Appliquées I. U. T. Clermont
M. HADDAD Labib	Mathématiques Pures
M. IRIGARAY Jean-Léon	Physique I. U. T. Clermont
M. BREGLIANO Jean-Claude	Génétique
M. FONTAINE Jacques	Génie Electrique C. U. S. T.
M. HUGON Lionel	Physique I. U. T. Montluçon
M. KORNPORST Jacques	Géologie
M. QUERROU Michel	Physique Nucléaire et Corpusculaire
M. SCHNEIDER Michel	Informatique C. U. S. T.
M. YOUNES Antoine	Biochimie I. U. T. Clermont
M. RODDIER Pierre	Mathématiques Pures C. U. S. T.
M. CHEVALIER Raymond	Physique
M. MOREL Jean-Pierre	Chimie Physique
M. LEMAIRE Maurice	Génie Civil C.U.S.T.
M. LECHER Pierre	Biologie
M. DUPONT André-Marcel	Electronique

MAITRES DE CONFERENCES ASSOCIES

M. COFFI-NKETSIA Barben	Mathématiques Pures
M. MAISONNEUVE Georges	Informatique C. U. S. T.
M. BRUNHES Jacques	Zoologie

SECRETAIRE GENERALE DE L'UNIVERSITE



Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41548622_0007

REMERCIEMENTS

Monsieur le Professeur D. Isabelle m'a dirigé avec bienveillance dans ce travail. Je lui suis reconnaissant de ses précieux conseils et encouragements, et le remercie d'assurer la présidence du jury de cette thèse.

Je tiens à exprimer toute ma gratitude à Madame H. Mathieu Faraggi, qui dirige le Département de Physique Nucléaire du Commissariat à l'Energie Atomique, de l'honneur qu'elle me fait aujourd'hui en acceptant de participer au jury.

Je suis particulièrement reconnaissant envers Messieurs Les Professeurs J.C. Bizot et J. Proriot pour l'intérêt qu'ils ont porté à ce travail. Je leur sais gré de bien vouloir faire partie de ce jury.

Monsieur P. Kessler, Maître de recherches au Collège de France, a bien voulu superviser la partie théorique de cette thèse. Je tiens à le remercier, ainsi que Monsieur G. Cochard, pour les discussions fructueuses qui nous ont facilité la compréhension de certains points de l'interprétation théorique de nos résultats.

Monsieur J. Duclos, Physicien au Commissariat à l'Energie Atomique, est à l'origine de l'expérience qui fait l'objet de cette thèse. Ses conseils avisés ont contribué grandement à ma formation d'expérimentateur. Qu'il trouve ici l'expression de toute ma gratitude.

Dès mon entrée au Laboratoire de Physique Corpusculaire de Clermont-Ferrand, Monsieur J.C. Montret m'a orienté vers la physique des interactions électromagnétiques. Il a su me faire partager son intérêt pour ce domaine de la physique. Je lui en suis profondément reconnaissant.

Cette expérience est avant tout celle d'une équipe. Elle n'aurait pu aboutir sans le travail et la compétence de Monsieur A. Magnon. Les très nombreuses discussions que nous avons eues ont constitué pour moi une source d'enrichissement.

Monsieur G. Bardin, par son travail scrupuleux et efficace, a contribué largement à l'analyse de l'expérience. Monsieur J. Julien nous a été d'une aide très appréciable dans la phase initiale de l'expérience. Je les remercie tous deux très sincèrement.

Ce travail est le fruit d'une collaboration entre le Service de Physique Nucléaire à Haute Energie de Saclay et le Laboratoire de Physique Corpusculaire de Clermont-Ferrand : Je tiens à remercier l'ensemble des membres de ces deux laboratoires ainsi que leurs directeurs successifs, Messieurs C. Tzara, Ph. Catillon, D. Isabelle et M. Querrou. Par leur aide efficace ou leur soutien amical, ils ont rendu possible cette collaboration et la réalisation de l'expérience.

Je suis très reconnaissant envers le groupe informatique du DPhN-HE et en particulier Messieurs Ph. Duval et J.P. Génin, aussi bien pour l'élaboration du programme d'acquisition des données que pour leurs conseils judicieux concernant l'analyse de ces données.

L'expérience s'est déroulée dans les meilleures conditions possibles grâce à l'assistance technique de Messieurs G. Colin, A. Godin, M. Montenon et A. Mougeot, et au travail de l'équipe de l'Accélérateur Linéaire de Saclay de Monsieur F. Netter. Que tous soient ici remerciés.

Enfin, je remercie vivement Madame P. Gugenberger, Madame Th. Lecuyer et Mademoiselle M.O. Thureau qui ont réalisé avec gentillesse et compétence la dactylographie et le dessin des figures de ce mémoire, ainsi que le service d'imprimerie de l'Université de Clermont qui en a effectué le tirage.

SOMMAIRE

Chapitre I - INTRODUCTION

I.	FACTEURS DE FORME ET RAYON ELECTROMAGNETIQUE DES HADRONS.....	1
II.	FACTEUR DE FORME ET RAYON ELECTROMAGNETIQUE DU PION...	5
	1. Diffusion pion-électron : $\pi^\pm e^- \rightarrow \pi^\pm e^-$	5
	2. Diffusion pion-noyau : $\pi^\pm A \rightarrow \pi^\pm A$	6
	3. Electroproduction de π^+ sur le proton : $e^- p \rightarrow e^- \pi^+ n$..	7
	4. Electroproduction inverse : $\pi^- p \rightarrow e^- e^+ n$	8
	5. Annihilation $e^- e^+ \rightarrow \pi^- \pi^+$	9
III.	ELECTROPRODUCTION ET FACTEUR DE FORME DU PION.....	10
IV.	PLAN DE L'EXPOSE.....	11

Chapitre II - RAPPELS THEORIQUES

I.	DEFINITIONS, NOTATIONS ET CONVENTIONS.....	13
II.	CINEMATIQUE	16
	1. Systèmes de référence.....	16
	2. Invariants relativistes.....	20

III.	SECTION EFFICACE D'ELECTROPRODUCTION :	
	POLARISATION DU PHOTON VIRTUEL	21
	1. Facteur d'espace de phase	21
	2. Elément de matrice $\mathcal{M}$	22
	3. Polarisation du photon virtuel.....	23
	4. Sections efficaces de photoproduction virtuelle....	24
IV.	LES AMPLITUDES DE PHOTOPRODUCTION VIRTUELLE.....	25
	1. Les amplitudes invariantes A_i	26
	2. Les amplitudes barycentriques F_i	28
	3. Les amplitudes multipolaires	30
V.	RELATIONS DE DISPERSION ET TERMES DE BORN.....	32
VI.	LES MODELES D'ELECTROPRODUCTION.....	35
	1. Modèles utilisant les relations de dispersion.....	35
	2. Les modèles isobariques.....	39
CHAPITRE III ELECTROPRODUCTION VERS L'AVANT ET FACTEUR DE FORME DU PION		
I.	CARACTERISTIQUES DE L'ELECTROPRODUCTION VERS L'AVANT..	45
	1. Section efficace de photoproduction virtuelle.....	45
	2. Le pôle du pion.....	46
	3. Le terme d'échange du pion.....	46
	4. Les termes isobariques.....	47
	5. Les états intermédiaires à deux pions dans la voie t	48
	6. Les états intermédiaires à trois pions dans la voie t	48
	7. Mesure de la section efficace longitudinale.....	49
II.	CHOIX DE LA CINEMATIQUE.....	50
	1. L'énergie W	53
	2. Le quadrimoment q^2	53
III.	DETERMINATION DU FACTEUR DE FORME DU PION.....	53
	1. Principe	53
	2. Validité de la méthode.....	54

Chapitre IV - LE DISPOSITIF EXPERIMENTAL

I.	LE FAISCEAU D'ELECTRONS	57
	1. Caractéristiques	58
	2. Modes de fonctionnement	60
	3. Choix de l'intensité	60
	4. Résolution en énergie	61
II.	LA CIBLE D'HYDROGENE .	
	1. Principe de fonctionnement.....	61
	2. La chambre à cible	62
	3. Mesure de l'épaisseur effective de la cible.....	62
III.	NORMALISATION PAR LA DIFFUSION ELASTIQUE :	
	L'AIMANT 700.....	64
IV.	LA VOIE ELECTRON : L'AIMANT 400.....	65
V.	LA VOIE PION : L'AIMANT ZERO	66
VI.	ELECTRONIQUE ET ACQUISITION DES DONNEES.....	69
	1. L'électronique rapide	69
	2. Le codage des informations.....	71
	3. Le système d'acquisition des données.....	72

Chapitre V - ANALYSE EXPERIMENTALE

I.	CINEMATIQUE	75
	1. Contraintes cinématiques et choix des points de mesure	75
	2. Corrélation entre l'impulsion du pion et l'énergie de l'électron diffusé.....	77
II.	ANALYSE PRELIMINAIRE.....	80
	1. Taux de comptage	80
	2. Normalisation	82
	3. Classification des événements.....	83

III.	ANALYSE DES EVENEMENTS SIMPLES.....	86
	1. Mesures de temps et d'énergie.....	86
	2. Cartes d'événements dans le plan (E', k)	87
	3. Spectres d'impulsion résulte k'	88
	4. Corrections sur les distributions d'énergie.....	90
	5. Choix des coupures cinématiques.....	90
	6. Correction de la distribution temporelle R_2-R_3	91

CHAPITRE VI - DETERMINATION DES SECTIONS EFFICACES

I.	PARAMETRES DE LA MESURE ET CORRECTIONS.....	95
II.	LA NORMALISATION	97
	1. Section efficace de diffusion électron-proton.....	97
	2. Corrections.....	98
	3. Résultats	101
III.	ACCEPTANCE DES AIMANTS 400 ET 700.....	102
	1. Mesure du rapport des angles solides	102
	2. Mesure de l'acceptance de l'aimant 400	104
	3. Calcul de simulation dans la voie électron.....	105
IV.	ACCEPTANCE DE L'AIMANT ZERO.....	107
	1. Variation de l'angle solide. Calcul de simulation dans la voie pion.....	108
	2. Mesure de l'angle solide Ω_o^{el}	109
V.	CORRECTIONS DEPENDANT DES COUPURES CINEMATIQUES.....	110
	1. Corrections radiatives et de rayonnement de freinage..	110
	2. Correction due à la désintégration en vol des pions..	110
	3. Calcul de simulation général.....	111
VI.	CORRECTIONS INDEPENDANTES DES COUPURES CINEMATIQUES.....	112
	1. Efficacité de la voie pion ϵ_o	112
	2. Absorption et diffusion nucléaire des pions.....	113
VII.	RESULTATS.....	114

1. Sections efficaces	116
2. Erreurs	116
Chapitre VII - INTERPRETATION DES RESULTATS	
I. SECTIONS EFFICACES TRANSVERSALES.....	120
II. SECTIONS EFFICACES LONGITUDINALES DANS L'APPROXIMATION DE BORN PSEUDOSCALAIRE.....	121
III. SECTIONS EFFICACES LONGITUDINALES DANS L'APPROXIMATION DE BORN PSEUDOVECTORIELLE.....	125
1. Théorèmes de basse énergie et relation PCAC.....	125
2. Couplage pion-nucléon pseudovectoriel.....	126
3. Facteur de forme axial et facteur de forme du pion..	128
IV. LE RAYON ELECTROMAGNETIQUE DU PION.....	130
1. Couplage pion-nucléon pseudoscalaire.....	130
2. Couplage pion-nucléon pseudovectoriel.....	131
3. Comparaison avec les autres mesures de r_{π}	132
Conclusion --	135
Appendice A - LES FACTEURS DE FORME DES NUCLEONS	137
Appendice B - LES TERMES DE BORN.....	141
Appendice C - RELATIONS CINEMATIQUES DANS LE SYSTEME DU LABORATOIRE..	144
Appendice D - MATRICES DE TRANSFERT DES AIMANTS 700, 400 et ZERO	151
Appendice E - CORRECTIONS RADIATIVES	155
Références -	163

Chapitre I

INTRODUCTION

Dans ce mémoire nous décrivons une expérience d'électroproduction de π^+ sur le proton, réalisée à l'Accélérateur Linéaire d'Electrons de Saclay dans le but de mesurer le facteur de forme du pion $F_\pi(q^2)$ et d'en déduire le rayon électromagnétique du pion r_π . Ce travail s'inscrit dans le cadre plus général de l'étude des facteurs de forme électromagnétiques des hadrons, étude qui s'est développée largement au cours de ces dernières années.

I. FACTEURS DE FORME ET RAYON ELECTROMAGNETIQUE DES HADRONS

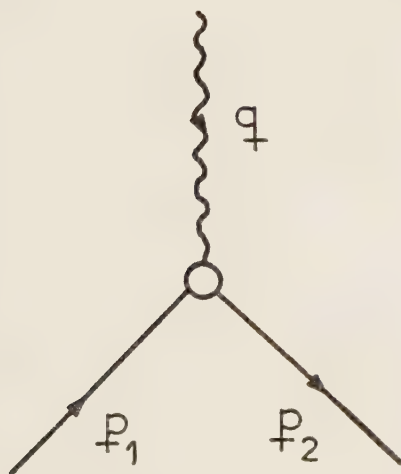


Fig. 1

Le facteur de forme électromagnétique d'une particule $F(q^2)$ est introduit pour tenir compte de l'extension spatio-temporelle de cette particule vis-à-vis de l'interaction électromagnétique représentée à la figure 1.

p_1 et p_2 sont les quadrivecteurs énergie-impulsion (ou quadrimoments) de la particule avant et après l'interaction.

$q = p_2 - p_1$ est le quadrimoment du photon responsable de l'interaction.

Dans le cas d'une particule ponctuelle, l'élément de matrice du courant électromagnétique pour un tel processus est donné par :

$$\langle p_2 | j_\mu | p_1 \rangle = e(p_{1\mu} + p_{2\mu}) \quad (I.1)$$

e est la charge électrique de la particule.

Pour une particule possédant une extension spatio-temporelle, cette relation devient :

$$\langle p_2 | j_\mu | p_1 \rangle = e F(q^2) (p_{1\mu} + p_{2\mu}) . \quad (I.2)$$

Le rayon électromagnétique r de la particule est généralement défini par :

$$r^2 = 6 \left| \frac{dF(q^2)}{dq^2} \right|_{q^2=0} \quad (I.3)$$

de telle sorte qu'au voisinage de $q^2 = 0$, le développement limité au premier ordre du facteur de forme se réduit à :

$$F(q^2) = 1 + \frac{1}{6} r^2 q^2 . \quad (I.4)$$

Cette définition n'est en fait que l'extension au cas relativiste du rayon carré moyen $\langle r^2 \rangle$ de la distribution de charge statique de la particule. Dans ce dernier cas, en effet, le facteur de forme $F(q^2)$ n'est autre que la transformée de Fourier de la distribution de charge $\rho(\vec{r})$ dans l'espace physique à trois dimensions :

$$F(q^2) = \int \rho(\vec{r}) e^{i\vec{q} \cdot \vec{r}} d\vec{r} . \quad (I.5)$$

Le développement en série de Taylor $F(q^2)$ conduit à une relation du type (I.3) :

$$\langle r^2 \rangle = 6 \left| \frac{dF(q^2)}{dq^2} \right|_{q^2=0} . \quad (I.6)$$

Grâce à la relation (I.3), le rayon électromagnétique peut se déduire du facteur de forme $F(q^2)$, à condition toutefois de disposer d'une expression analytique du facteur de forme en fonction de q^2 .

Situation théorique actuelle.

L'hypothèse selon laquelle l'interaction photon-hadron s'effectue par l'intermédiaire de mésons vectoriels a permis aux théoriciens de proposer des expressions analytiques pour les facteurs de forme des hadrons.

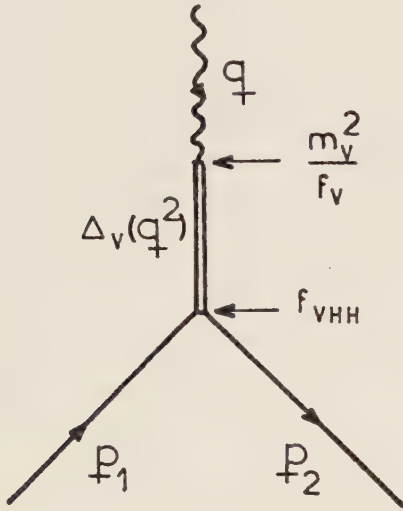


Fig. 2

Cette description du processus, schématisée à la figure 2, présente l'avantage d'introduire naturellement les composantes isoscalaires et isovectorielles du photon selon la nature du méson échangé V (isospin égal respectivement à 0 ou 1). Dans ces conditions le facteur de forme $F(q^2)$ se décompose en :

$$F(q^2) = \sum_V \frac{f_{VHH}}{f_V} \frac{m_V^2}{\Delta_V(q^2)} \quad (I.7)$$

$\frac{m_V^2}{f_V}$ est la constante de couplage photon-méson vectoriel, alors que f_{VHH} est la constante de couplage méson vectoriel-hadron.

$\Delta_V(q^2)$ représente l'inverse du propagateur du méson vectoriel.

Deux articles de revue de M. Gourdin [1] et N. Zovko [2] résument de façon assez complète la situation actuelle des modèles à prédominance vectorielle et leurs prédictions sur les facteurs de forme des hadrons. Le modèle le plus simple consiste à supposer la prédominance du méson ρ pour la partie isovectorielle du courant électromagnétique, et des mésons ω et ϕ pour la partie isoscalaire. Cette hypothèse a pour conséquence particulière d'identifier le facteur de forme du pion $F_\pi(q^2)$ au facteur de forme isovectoriel du nucléon $F_1^V(q^2)$, puisque seule la partie isovectorielle du courant électromagnétique intervient. En négligeant la largeur du méson ρ dans le propagateur $\Delta_\rho(q^2)$, on obtient en effet :

$$F_\pi(q^2) = F_1^V(q^2) = \frac{1}{1 - q^2/m_\rho^2} \quad (I.8)$$

$m_\rho = 765 \text{ MeV}$ est la masse du méson ρ .

Cependant, un tel modèle est incapable de reproduire les résultats expérimentaux

à haute énergie, et en particulier la forme dipolaire généralement adoptée pour le facteur de forme électrique du proton :

$$G_E^p(q^2) = \frac{1}{(1 - q^2/a^2)^2} \quad (I.9)$$

$$a^2 = 0,71 (\text{GeV}/c)^2.$$

Ce problème est généralement résolu, soit en modifiant les propagateurs $\Delta_V(q^2)$ pour tenir compte des largeurs des mésons vectoriels [3], soit en introduisant les contributions de mésons vectoriels supplémentaires (ρ' , ω' , ρ'' , ...) et en considérant les constantes de couplage f_{VHH} comme des paramètres arbitraires dépendant de q^2 (4).

Traduite en termes de rayons électromagnétiques des hadrons, l'hypothèse (I.8) conduirait à :

$$r_\pi = r_1^V = 0,63 \text{ fm.}$$

r_1^V est le rayon électromagnétique isovectoriel du nucléon, déduit de $F_1^V(q^2)$ par une relation du type (I.3).

Le facteur de forme dipolaire (I.9) donnerait pour le rayon électromagnétique du proton :

$$r_p = 0,81 \text{ fm.}$$

En supposant que le facteur de forme électrique du neutron est nul, et que les facteurs de forme magnétiques des nucléons $G_M^p(q^2)$ et $G_M^n(q^2)$ obéissent à la loi :

$$G_E^p(q^2) = \frac{G_M^p(q^2)}{\mu_p} = \frac{G_M^n(q^2)}{\mu_n} \quad (I.10)$$

où $\mu_p = 2,79$ et $\mu_n = -1,91$ sont les moments magnétiques du proton et du neutron, on obtiendrait :

$$r_{1n}^V = 0,68 \text{ fm.}$$

Les mesures les plus récentes des facteurs de forme du proton, réalisées à Mayence [5] pour de petits quadrimoments q^2 , conduiraient plutôt à :

$$r_p = 0,84 \pm 0,02 \text{ fm} ; r_1^V = 0,70 \pm 0,02 \text{ fm}.$$

Devant les difficultés rencontrées pour attribuer une expression analytique aux facteurs de forme électromagnétiques des hadrons, et qui reste valable dans tout le domaine de quadrimoments q^2 exploré jusqu'à ce jour, il nous semble indispensable d'effectuer des mesures pour de faibles q^2 . Dans ces conditions, il est possible de développer le facteur de forme en série au voisinage de $q^2 = 0$. Conformément à la relation (I.4) le terme du premier ordre ne dépend que du rayon électromagnétique alors que les termes d'ordre supérieur sont négligeables. Il convient cependant de ne pas trop se rapprocher de $q^2 = 0$, afin que le facteur de forme soit sensible au terme du premier ordre et diffère notablement de l'unité.

II. FACTEUR DE FORME ET RAYON ELECTROMAGNETIQUE DU PION.

La mesure la plus directe du facteur de forme électromagnétique du pion consisterait à faire diffuser des électrons sur une cible de pions chargés. Devant l'impossibilité de réaliser de telles cibles, il convient de rechercher d'autres processus faisant intervenir le facteur de forme du pion. Nous comparons ici les diverses réactions possibles et nous résumons la situation expérimentale actuelle.

1) Diffusion pion-électron : $\pi^\pm e^- \rightarrow \pi^\pm e^-$

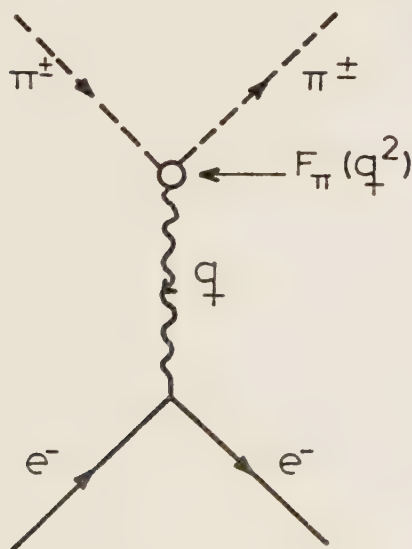


Fig. 3

Le premier processus possible, représenté à la figure 3, correspond à la diffusion élastique pion-électron. Il présente l'avantage d'être purement électromagnétique, le facteur de forme du pion intervenant comme une divergence du processus par rapport à l'électrodynamique quantique. En raison de la faible masse de l'électron, une première difficulté consiste à obtenir des quadrimoments q^2 suffisamment élevés. En effet le quadrimoment du photon virtuel s'exprime en fonction

de la masse m et de l'énergie cinétique T de l'électron de recul par :

$$q^2 = - 2 m T. \quad (I.11)$$

Une expérience de ce type a été réalisée à Serpukhov [6] grâce à un faisceau de pions de 50 GeV diffusant sur les électrons atomiques d'une cible d'hydrogène. Dans ces conditions le quadrimoment maximal est de l'ordre de $- 1 \text{ fm}^{-2}$. Plusieurs analyses successives des données ont conduit, pour le rayon électromagnétique du pion, à des résultats s'échelonnant entre $r_\pi = 1,0 \text{ fm}$ et $r_\pi = 0,7 \text{ fm}$. En raison d'erreurs systématiques, portant en particulier sur la normalisation de l'expérience, le résultat généralement retenu :

$$r_\pi = 0,78 \pm 0,10 \text{ fm}$$

est quelque peu sujet à caution.

Une deuxième expérience de ce type est en préparation au "National Accelerator Laboratory" [7] auprès du faisceau de pions de 100 GeV.

2) Diffusion pion-noyau : $\pi^\pm A \rightarrow \pi^\pm A$.

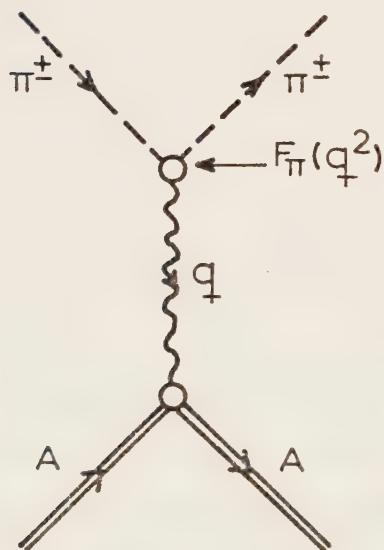


Fig. 4

Une deuxième méthode consiste à étudier la diffusion de pions de basse énergie dans le champ coulombien d'un noyau A , représentée par le diagramme de la figure 4. Trois expériences de ce type [8, 9, 10] ont été réalisées en prenant l'hélium comme noyau cible. La difficulté essentielle de telles mesures consiste à soustraire l'amplitude de diffusion nucléaire afin d'isoler l'amplitude de diffusion coulombienne. Les résultats dépendent donc fortement des modèles nucléaires utilisés pour analyser les données. De ce fait les résultats obtenus varient entre $r_\pi \approx 3,0 \text{ fm}$ et $r_\pi \approx 0,8 \text{ fm}$, et ne permettent pas de conclure en ce qui concerne le rayon électromagnétique du pion.

3) Electroproduction de π^+ sur le proton : $e^- p \rightarrow e^- \pi^+ n$.

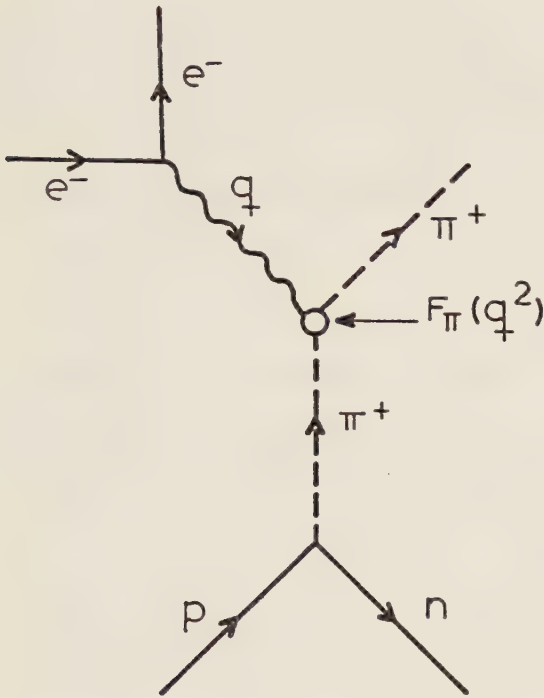


Fig. 5

La possibilité d'extraire le facteur de forme du pion d'une expérience d'électroproduction provient de ce que l'amplitude de ce processus comporte un pôle correspondant à l'échange d'un pion représenté à la figure 5. Ce terme "photoélectrique" ainsi dénommé car l'interaction a lieu sur un pion "périphérique" du nucléon, n'est qu'une des contributions à l'amplitude totale de la réaction. Cependant, dans certaines conditions cinématiques, en particulier lorsque le pion est émis dans la direction du photon virtuel, ce diagramme est favorisé par rapport aux autres. Trois expériences d'électroproduction ont été réalisées dans ces conditions :

. La première effectuée à Cornell par Akerlof et al. [11] a conduit à $r_\pi = 0,80 \pm 0,10$ fm.

L'énergie totale du système final pion-nucléon était $W = 1175$ MeV, alors que le quadrimoment q^2 variait de -1 à -6 fm $^{-2}$.

. Dans l'expérience réalisée à Cambridge (U.S.A.) par Mistretta et al. [12], le domaine d'énergie exploré allait de $W = 1170$ MeV à $W = 1280$ MeV alors que q^2 variait de -1 à -10 fm $^{-2}$. Mistretta et al. ont obtenu : $r_\pi = 0,86 \pm 0,14$ fm.

. La dernière de ces expériences, également réalisée à Cambridge par Bebek et al. [13] a permis de déterminer le facteur de forme du pion pour des énergies W comprises entre 2 GeV et 3 GeV et pour des quadrimoments q^2 allant jusqu'à -100 fm $^{-2}$. On peut remarquer que, dans ce dernier cas, le développement limité au premier ordre n'est plus valable, et que la détermination de r_π est très dépendante de la paramétrisation du facteur de forme en fonction de q^2 . La valeur trouvée pour le rayon électromagnétique du pion est :

$$r_\pi = 0,730 \pm 0,024 \text{ fm.}$$

Ces trois résultats dépendent en fait des modèles théoriques utilisés pour soustraire les contributions autres que celle provenant du terme d'échange d'un pion. Les erreurs indiquées sont d'origine purement statistique et ne tiennent pas compte des incertitudes introduites par ces modèles. Aussi la précision de ces mesures nous paraît-elle surestimée, en particulier dans le cas de la troisième expérience. Dans un article récent [14], Bebek et al. soulignent en fait que les prédictions du modèle qu'ils ont utilisé sous-estiment notablement certaines contributions, et que leur mesure est entachée d'une large erreur.

Nous verrons dans la suite de l'exposé comment la dépendance du résultat vis-à-vis d'un modèle théorique peut être réduite dans une expérience d'électroproduction. Nous reviendrons également sur ces trois mesures lors de l'interprétation de nos résultats.

Les trois processus que nous venons de citer ont en commun le fait que le photon virtuel est de genre "espace". Il existe également des possibilités de mesurer le facteur de forme du pion dans la région "temps" : Par rapport à la région "espace" le quadrimoment q^2 est alors de signe opposé.

4) *Electroproduction inverse* : $\pi^- p \rightarrow e^- e^+ n$.

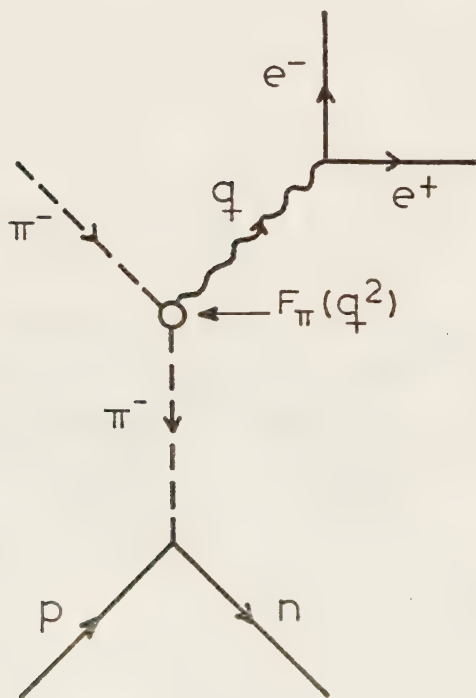


Fig. 6

La description du processus est tout-à-fait analogue à celle de l'électroproduction. Le facteur de forme $F_\pi(q^2)$ intervient également par le terme d'échange du pion de la figure 6. Cette contribution est favorisée en détectant la paire $e^- e^+$ vers l'avant dans le laboratoire. Cependant les résultats dépendent également d'un modèle théorique servant à soustraire les autres contributions. C'est le cas de l'expérience réalisée à Dubna [15] pour laquelle l'énergie W était égale à 1295 MeV et le quadrimoment q^2 variait entre 1,7 et 3 fm^{-2} . Le résultat obtenu est le suivant :

$$r_\pi = 0,73 \pm 0,13 \text{ fm.}$$

5) annihilation $e^-e^+ \rightarrow \pi^-\pi^+$

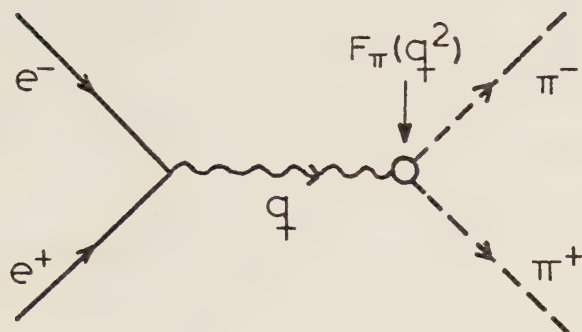


Fig. 7

La dernière méthode permettant de mesurer $F_\pi(q^2)$ dans la région "temps" consiste à mesurer la section efficace du processus d'annihilation représenté à la figure 7. Le quadrimoment q^2 ne dépend que de l'énergie E des électrons et des positrons entrant :

$$q^2 = 4 E^2. \quad (12)$$

Une telle réaction comporte un seuil à $q^2 = 4 \mu^2$, soit environ 2 fm^{-2} . $\mu = 139,6 \text{ MeV}$ est la masse du pion chargé.

Une information sur le rayon de charge du pion nécessite d'extrapoler les résultats à $q^2 = 0$, moyennant l'hypothèse de continuité et d'analytité du facteur de forme du pion. La totalité des mesures existant à ce jour se situe dans la région dominée par la production du méson ρ et au-delà. Il n'existe pas de mesures de $F_\pi(q^2)$ pour des valeurs de q^2 inférieures à 8 fm^{-2} . Une revue de l'ensemble des résultats expérimentaux est effectuée par Gourdin [1] qui en déduit une limite supérieure pour le rayon électromagnétique du pion :

$$r_\pi \leq 0,77 \text{ fm}.$$

Pour espérer améliorer ce résultat, il conviendrait d'effectuer des mesures en se rapprochant du seuil de production de deux pions. Une expérience de ce type a été réalisée récemment à Orsay [16]. L'analyse des données est en cours.

En conclusion, il n'existe pas encore à ce jour, de détermination précise du rayon électromagnétique du pion et indépendante de tout modèle théorique. C'est pourquoi une expérience d'électroproduction, réunissant les conditions optimales pour la mesure du facteur de forme du pion, et où la dépendance vis-à-vis des modèles théoriques décrivant le processus serait réduite, garde tout son intérêt. C'est la raison pour laquelle nous avons tenté une telle expérience.

III. ELECTROPRODUCTION ET FACTEUR DE FORME DU PION

Nous avons vu que le terme d'échange du pion n'est qu'une des contributions à la section efficace d'électroproduction. En particulier l'amplitude totale du processus comporte d'autres pôles correspondant à l'échange de nucléons. Ces diagrammes, associés au diagramme d'échange du pion, constituent les termes de Born. Il existe également d'autres contributions correspondant à des états intermédiaires, résonnants ou non, de deux particules ou plus. Les conditions permettant de favoriser le terme d'échange du pion ont été déterminées par Akerlof et al. [11]. Nous nous contentons d'en rappeler ici les idées principales.

Dans l'hypothèse de l'échange d'un seul photon, le processus d'électroproduction n'est en fait qu'une réaction de photoproduction virtuelle, les électrons servant à générer un spectre de photons virtuels. La détection des électrons diffusés à un angle et à une énergie donnés revient à sélectionner des photons de quadrimoment q parfaitement déterminé. Cependant, à la différence des photons réels de polarisation purement transversale, les photons virtuels présentent un taux de polarisation longitudinale.

Pour des pions produits dans la direction du photon virtuel, le terme proportionnel au facteur de forme du pion ne peut être induit que par des photons polarisés longitudinalement. De plus, cette contribution est alors rendue maximale en raison de la proximité du pôle du pion.

D'autre part, à condition de se placer dans une région d'énergie W intermédiaire entre le seuil de production d'un pion ($W = 1078$ MeV) et la masse de la première résonance Δ_{33} ($W = 1236$ MeV), la seule contribution résonnante importante provient de l'échange de cet isobare. Or, les mesures d'électroproduction effectuées dans cette région d'énergie ont montré que cette résonance n'est excitée, au moins au premier ordre, que par des photons de polarisation transversale.

La détermination du facteur de forme du pion sera donc d'autant plus précise que la contribution des photons longitudinaux aura été maximisée par rapport à celle des photons transversaux, à condition toutefois de pouvoir séparer ces deux contributions.

La section efficace longitudinale se décrit alors simplement dans le cadre de l'approximation de Born. Les seuls paramètres intervenant sont, d'une part

le facteur de forme du pion, d'autre part les facteurs de forme des nucléons. La connaissance de ces derniers est assez précise pour permettre de déterminer $F_{\pi}(q^2)$ à quelques pour-cent près. C'est le but que nous nous proposons dans l'expérience que nous allons décrire. Cependant la réalisation d'une telle expérience, où il s'agit de détecter en coïncidence l'électron diffusé et le pion produit, se heurte à trois difficultés essentielles :

1) En premier lieu, le fait d'extraire la partie longitudinale de la section efficace nous impose de détecter les électrons diffusés à grand angle. Cela se traduit par des taux de comptage en coïncidence très faibles (de l'ordre de quelques événements par heure) malgré l'intensité moyenne élevée du faisceau d'électrons incidents. Ce sont des difficultés de cet ordre qui n'ont pas permis aux expériences d'électroproduction antérieures de séparer les sections efficaces transversale et longitudinale [11, 12, 13].

2) D'autre part, les pions produits dans la direction du photon virtuel doivent être détectés à petit angle par rapport au faisceau d'électrons. Ceci implique la présence d'un bruit de fond important et d'un taux de coïncidences fortuites non négligeable. Nous verrons que leur élimination conditionne entièrement le choix du dispositif expérimental ainsi que la méthode d'analyse des données.

3) Enfin la mesure de sections efficaces absolues nécessite une normalisation très stricte. Nous devons connaître de façon précise le nombre d'électrons incidents, le nombre de protons cibles, ainsi que les paramètres de la mesure tels que les angles solides et les acceptances en énergie de l'appareillage.

IV. LE PLAN DE L'EXPOSE SERA LE SUIVANT :

1) Le chapitre II comportera un certain nombre de rappels théoriques sur le processus d'électroproduction. Après avoir défini les notations et les conventions utilisées, puis la cinématique de la réaction, nous montrerons comment se décompose la section efficace d'électroproduction en termes de polarisation du photon. Puis nous nous intéresserons à la structure dynamique de la section efficace. Après avoir rappelé les différents choix possibles des amplitudes, nous considérerons leur comportement, tout d'abord dans le cadre de l'approximation de Born, puis des modèles généralement utilisés, en particulier pour tenir compte de la partie résonnante du phénomène. Nous indiquerons les limites de ces

différents modèles, ainsi que les hypothèses de départ qu'ils contiennent.

2) Le chapitre III sera consacré plus spécialement à l'étude de l'électroproduction vers l'avant. Nous montrerons en particulier comment la mesure du facteur de forme du pion peut être optimisée simplement par le choix de la cinématique adoptée pour les prises de données. Nous utiliserons les résultats numériques des modèles d'électroproduction afin de justifier ce choix.

3) Le chapitre IV consistera en une description du dispositif expérimental, soit dans l'ordre :

- . L'ensemble constitué par le faisceau d'électrons et la cible d'hydrogène liquide.

- . Les systèmes de détection dans les voies électron et pion.

- . Le dispositif de normalisation.

- . La logique d'acquisition des données.

4) Le chapitre V sera consacré à la méthode d'analyse des données. Après avoir rappelé la cinématique adoptée pour les différents points de mesure, nous décrirons pas à pas le traitement des informations enregistrées jusqu'à l'obtention du nombre N d'événements d'électroproduction ainsi que du nombre N' d'événements de normalisation.

5) Dans le chapitre VI, nous indiquerons point par point comment ont été déterminés et mesurés les paramètres et corrections permettant d'accéder, à partir des nombres d'événements N et N' , aux sections efficaces d'électroproduction. Nous présenterons les résultats obtenus.

6) Enfin dans le chapitre VII, nous interpréterons les résultats en termes de facteur de forme et de rayon électromagnétique du pion, tout d'abord dans la limite des hypothèses et modèles décrits aux chapitres II et III, puis nous verrons comment se modifie cette interprétation lorsque la description du processus est contrainte par P.C.A.C. et les théorèmes de basse énergie de l'algèbre des courants. Nous comparerons nos résultats à ceux déjà existants, qu'ils proviennent d'expériences d'électroproduction ou de mesures faisant appel à d'autres processus.

Chapitre II

RAPPELS THEORIQUES

Ce chapitre est consacré à un ensemble de rappels théoriques nous paraissant nécessaires pour la bonne compréhension de la suite de l'exposé, mais ne constitue en aucun cas une étude théorique exhaustive de l'électroproduction.

Après avoir rappelé successivement les relations cinématiques les plus importantes, la décomposition usuelle de la section efficace d'électroproduction, et les définitions des amplitudes de photoproduction virtuelle, nous effectuons une revue des différents modèles d'électroproduction, de leurs approximations et de leurs implications sur les sections efficaces de photoproduction virtuelle.

I. DEFINITIONS, NOTATIONS ET CONVENTIONS

L'électroproduction fait partie du processus plus général de diffusion inélastique d'un électron par un nucléon :

$$e + N \longrightarrow e + N \quad (1)$$

où N est un état hadronique quelconque, satisfaisant aux lois de conservation des nombres quantiques (moments angulaires, isospin, etc.). Nous nous intéressons plus particulièrement au cas de l'électroproduction d'un pion chargé sur le proton, soit :

$$e + p \rightarrow e + \pi^+ + n \quad .$$

(2)

L'électrodynamique quantique constitue la base de départ de l'étude de la section efficace relative au processus (2). Un traitement perturbatif permet de développer l'amplitude d'électroproduction en une série de puissances de la constante de structure fine α , dont seul le premier terme est pris en compte. Dans ces conditions, l'amplitude se décompose en une partie purement électromagnétique et une partie hadronique. L'échange d'un seul photon virtuel décrit l'interaction entre le courant électromagnétique et le courant hadronique. Dans le cas d'une mesure dont la précision est de l'ordre de quelques pour-cent, l'hypothèse de l'échange d'un seul photon virtuel constitue une très bonne approximation. En effet, la contribution à la section efficace des termes d'ordre supérieur, décrivant en particulier l'échange de deux photons virtuels, est au maximum de 10^{-2} .

Le processus (2) est alors représenté par le diagramme de la figure 8.

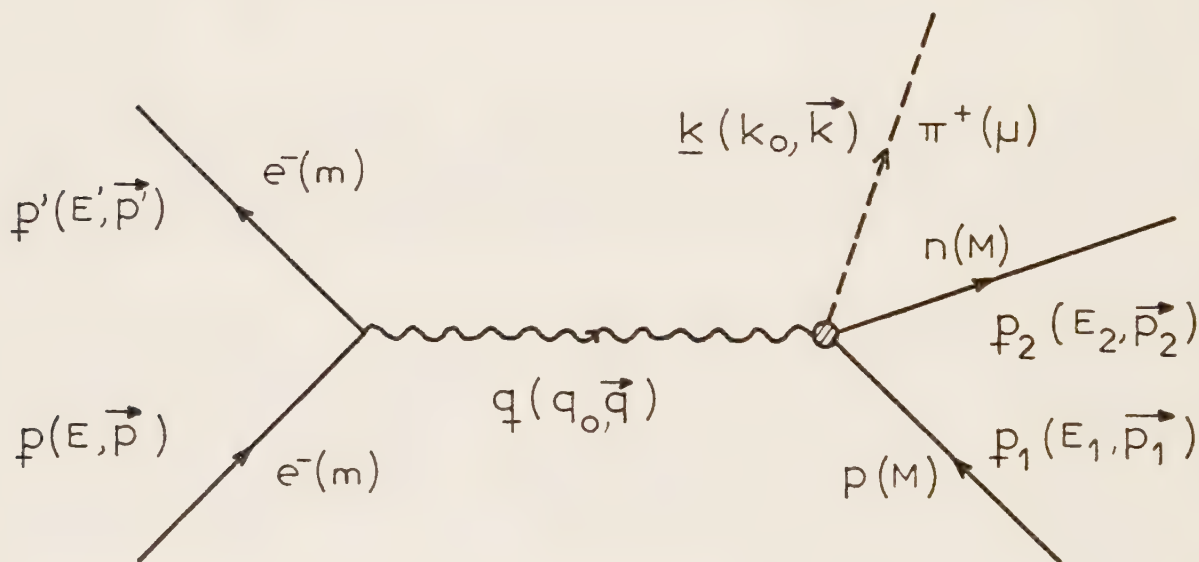


Fig. 8

Les notations indiquées à la figure 8 correspondent aux notations le plus souvent utilisées dans la littérature relative à l'électroproduction, et en particulier à celles de G. Cochard [17].

m , μ et M sont les masses au repos respectives de l'électron, du pion chargé et du nucléon.

Métrie

Une particule est représentée par un quadrivecteur énergie-quantité de mouvement p noté :

$$p = (p_0, \vec{p}) . \quad (II.1)$$

p_0 représente l'énergie de la particule et $\vec{p}$ sa quantité de mouvement, de module p .

La métrique utilisée est telle que, pour une particule réelle de masse au repos m :

$$p^2 = p_0^2 - p^2 = m^2 . \quad (II.2)$$

On remarque immédiatement que, dans cette métrique, le carré du quadrimoment du photon virtuel est négatif. En effet, à condition de négliger la masse de l'électron devant les énergies E et E' , on obtient :

$$q^2 = (p - p')^2 = - 2EE'(1 - \cos \theta') \quad (II.3)$$

où θ' est l'angle de diffusion de l'électron.

On dit alors que le photon est de type "espace", par opposition à une particule de type "temps" pour laquelle q^2 est positif.

Variables cinématiques indépendantes

Puisque cinq particules externes participent à la réaction, la cinématique du processus est décrite à l'aide de 15 variables.

Cependant, ces dernières ne sont pas toutes indépendantes. Les conditions particulières de l'expérience (proton cible au repos dans le laboratoire) ramènent ce nombre à 12. Le choix du référentiel permet en outre de décrire le vertex de l'électron à partir de trois variables seulement : l'énergie E de l'électron incident, l'énergie E' de l'électron diffusé et θ' l'angle de diffusion. Il reste 9 variables cinématiques reliées par quatre équations traduisant la conservation de l'énergie et la quantité de mouvement, soit 5 variables indépendantes seulement. Outre E , E' et θ' , nous choisirons les angles θ et ϕ définissant la direction de production du pion : θ mesure l'angle entre la quantité de mouvement du pion $\vec{k}$ et celle du photon $\vec{q}$, alors que ϕ est l'angle entre le plan de production du pion $(\vec{k}, \vec{q})$ et le plan de diffusion de l'électron $(\vec{p}', \vec{p})$.

Cependant, il est équivalent de définir la cinématique au vertex de l'électron par les trois variables W , q^2 et ϵ caractérisant le photon virtuel échangé. W est l'énergie totale du système photon-proton (ou pion-neutron) mesurée dans le référentiel du centre de masse. q^2 est le carré du quadrimoment du photon défini par la relation (II.3), tandis que ϵ décrit son état de polarisation. Ce choix est tout-à-fait naturel car le processus d'électroproduction représenté à la figure 8 est équivalent à une réaction de photoproduction virtuelle.

Pour mesurer la section efficace d'électroproduction entièrement différentielle, il convient donc de détecter en coïncidence l'électron diffusé et le pion produit. Cette section efficace s'exprime généralement sous la forme :

$$\frac{d\sigma}{dE'd\Omega'd\Omega} (W, q^2, \epsilon, \theta, \phi)$$

$d\Omega$ et $d\Omega'$ sont les angles solides élémentaires relatifs au pion produit et à l'électron diffusé.

Système d'unités

Nous utiliserons le système d'unités habituel, tel que $\hbar = c = 1$. La constante de structure fine α prend alors la valeur suivante :

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi} \approx \frac{1}{137} \quad (II.4)$$

Les masses et les énergies seront exprimées en MeV, les quantités de mouvement en MeV/c. Pour des raisons de commodité, nous exprimons parfois le carré du quadrimoment du photon q^2 en fm^{-2} ($1 \text{ fm} = 10^{-15} \text{ m}$). Le facteur multiplicatif $3,892 \left(\frac{\text{MeV}}{c} \times \text{fm}\right)^2$ permet alors de retrouver sa valeur en $(\text{MeV}/c)^2$.

II. CINEMATIQUE.

1. Systèmes de référence

Deux référentiels sont généralement utilisés dans la décomposition de la section efficace d'électroproduction :

- . La partie leptonique est calculée dans le système du laboratoire L.
- . Pour ce qui est de la partie hadronique, c'est le système du centre de

masse pion-neutron (ou photon-proton) C qui conduit aux expressions les plus simples des amplitudes de photoproduction virtuelle.

A condition de choisir l'axe Oz parallèle à la quantité de mouvement $\vec{q}$ du photon, ces deux référentiels se déduisent l'un de l'autre par une translation le long de cet axe. La figure 9 représente la réaction dans le système du laboratoire (figure 9a) et dans le système du centre de masse (figure 9b). Les variables cinématiques comportent les indices L ou C , selon qu'elles sont exprimées dans l'un ou l'autre de ces référentiels.

a) *Système du Laboratoire L .*

Il est défini par $\vec{p}_{pL} = \vec{0}$, puisque le proton cible y est au repos. Le plan de production du pion, défini par les quantités de mouvement $\vec{q}_L$ et $\vec{k}_L$, est confondu avec le plan xOz . Le plan de diffusion de l'électron, défini par les quantités de mouvement $\vec{p}_L$ et $\vec{p}'_L$, se déduit du précédent par une rotation d'angle ϕ autour de Oz . Les composantes du quadrimoment q sont alors telles que :

$$q_{0L} = E_L - E'_L \quad (II.5)$$

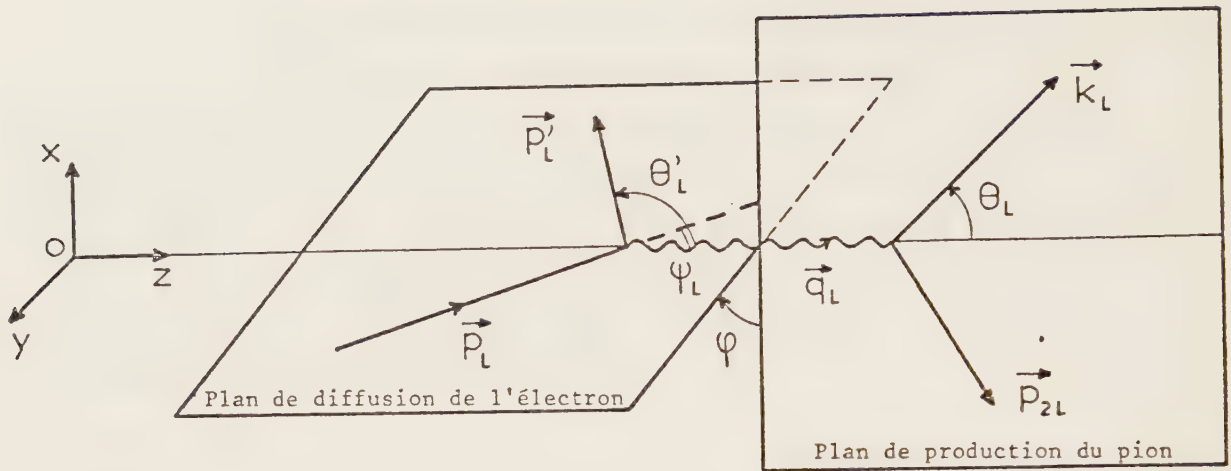
$$q_L^2 = q_{0L}^2 - q^2 \quad (II.6)$$

où q^2 est donné par la relation (II.3).

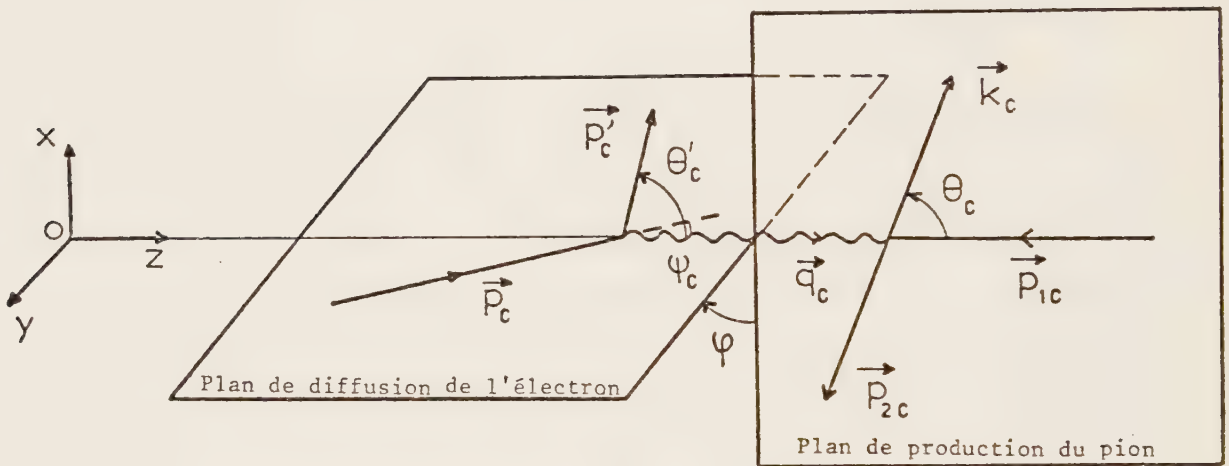
Les principes de conservation de l'énergie et de la quantité mouvement, appliqués au vertex de l'électron, permettent de déterminer l'angle d'émission du photon ψ_L .

$$\text{tg } \psi_L = \frac{E'_L \sin \theta'_L}{E_L - E'_L \cos \theta'_L} \quad (II.7)$$

Il est alors possible de calculer les composantes de la quantité de mouvement du pion $\vec{k}_L$ en fonction des énergies E_L , E'_L et des angles θ'_L , θ_L et ϕ_L . Un tel calcul est développé dans l'appendice C , en particulier dans le but d'établir la corrélation existant entre la quantité de mouvement du pion et l'énergie de l'électron diffusé.



(a) : Système du laboratoire



(b) : Système du centre de masse

Figure 9

b) Système du centre de masse C.

Il est défini par $\vec{q}_c = -\vec{p}_{1c}$ (ou $\vec{k}_c = -\vec{p}_{2c}$) et se déduit du système du laboratoire par une translation le long de Oz de vitesse β telle que :

$$\beta = \frac{q_L}{q_{OL} + M} ; \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad (\text{II.8})$$

Nous avons déjà introduit l'énergie totale W du système pion-nucléon exprimée dans le référentiel du centre de masse. Elle est reliée à l'énergie q_{OL} du photon dans le laboratoire par :

$$W^2 = M^2 + 2Mq_{OL} + q^2 \quad (\text{II.9})$$

De cette valeur de W, on déduit les énergies dans le système du centre de masse :

$$q_{oc} = \frac{W^2 - M^2 + q^2}{2W} \quad (\text{II.10})$$

$$k_{oc} = \frac{W^2 - M^2 + \mu^2}{2W} \quad (\text{II.11})$$

$$E_{1c} = \frac{W^2 + M^2 - q^2}{2W} \quad (\text{II.12})$$

$$E_{2c} = \frac{W^2 + M^2 - \mu^2}{2W} \quad (\text{II.13})$$

Une simple transformation de Lorentz permet de retrouver les énergies et quantités de mouvement dans le système du laboratoire. Le jacobien permettant de relier l'angle solide dans le système du centre de masse à l'angle solide dans le laboratoire est donné par la relation :

$$J = \frac{\left[\gamma^2 \left(\cos \theta_c + \frac{\beta}{\beta_\pi} \right)^2 + \sin^2 \theta_c \right]^{3/2}}{\gamma \left(1 + \frac{\beta}{\beta_\pi} \cos \theta_c \right)} \quad (\text{II.14})$$

β_π est la vitesse du pion mesurée dans le référentiel du centre de masse :

$$\beta_\pi = \frac{k_c}{k_{oc}} \quad (\text{II.15})$$

Il est à noter que l'angle ϕ est inchangé dans la transformation de Lorentz, puisqu'il est défini dans un plan perpendiculaire à Oz.

Dans toute la suite de l'exposé, les indices L ou C seront omis afin de simplifier l'écriture. Sauf indications contraires, les variables cinématiques relatives aux électrons seront exprimées dans le système du laboratoire. Celles se rapportant au processus de photoproduction virtuelle seront exprimées dans le système du centre de masse.

2. Invariants relativistes.

Il est usuel d'exprimer les amplitudes de photoproduction virtuelle en fonction des produits scalaires des quadrimoments $\underline{q}$, $\underline{k}$, $\underline{p}_1$ et $\underline{p}_2$, ou mieux en fonction des variables de Mandelstam s , u et t définies de la façon suivante :

$$s = (\underline{q} + \underline{p}_1)^2 = (\underline{k} + \underline{p}_2)^2 \quad (\text{II.16})$$

$$u = (\underline{p}_1 - \underline{k})^2 = (\underline{p}_2 - \underline{q})^2 \quad (\text{II.17})$$

$$t = (\underline{k} - \underline{q})^2 = (\underline{p}_1 - \underline{p}_2)^2 \quad (\text{II.18})$$

De même que $\underline{q}^2$, les variables s , u et t présentent l'avantage d'être des invariants relativistes, ce qui simplifie la transformation des amplitudes d'un système de référence à l'autre. Parmi ces quatre invariants, seuls trois sont indépendants car ils obéissent à la relation :

$$s + u + t = \underline{q}^2 + 2M^2 + \mu^2. \quad (\text{II.19})$$

Les invariants s , u et t ont en fait une signification physique bien précise. Nous verrons par la suite qu'ils servent à représenter les différents états intermédiaires possibles dans le processus de photoproduction virtuelle. Nous pouvons d'ores et déjà noter que s est liée à l'énergie W par :

$$s = W^2 \quad (\text{II.20})$$

En fait, parmi les quatre quadrimoments $\underline{q}$, $\underline{k}$, $\underline{p}_1$ et $\underline{p}_2$, seuls trois sont indépendants. On choisit généralement, outre $\underline{q}$ et $\underline{k}$, la combinaison $\underline{P}$ telle que :

$$\underline{P} = \frac{1}{2} (\underline{p}_1 + \underline{p}_2) \quad (\text{II.21})$$

Les différents produits scalaires s'expriment alors en fonction des invariants s, u, t et q^2 :

$$\underline{q} \cdot \underline{k} = \frac{1}{2} (\mu^2 - t + q^2) \quad (\text{II.22})$$

$$\underline{q} \cdot \underline{P} = \frac{1}{4} (s - u) \quad (\text{II.23})$$

$$\underline{k} \cdot \underline{P} = \frac{1}{4} (s - u) \quad (\text{II.24})$$

III. SECTION EFFICACE D'ELECTROPRODUCTION : POLORISATION DU PHOTON VIRTUEL

Les règles de la théorie covariante des perturbations conduisent à décomposer la section efficace différentielle d'un processus en un facteur d'espace dC et un élément de matrice $\mathcal{M}$ contenant l'information dynamique :

$$d\sigma = \mathcal{M} dC \quad (\text{II.25})$$

1. Facteur d'espace de phase

Pour une réaction du type $1 + 2 \rightarrow 3 + 4 + 5$, le facteur cinématique dC est donné par la relation (II.26)

(II.26)

$$dC = \int \frac{(2\pi)^4}{4\beta_{12} E_1 E_2} \frac{\pi}{i} (2m_i) \frac{d^3 p_3}{2E_3 (2\pi)^3} \frac{d^3 p_4}{2E_4 (2\pi)^3} \frac{d^3 p_5}{2E_5 (2\pi)^3} \delta^{(4)}(p_1 + p_2 - p_3 - p_4 - p_5)$$

β_{12} est la vitesse relative de la particule 1 par rapport à la particule 2. Dans le cas d'électrons ultrarelativistes interagissant avec une cible de protons au repos, $\beta_{12} = 1$. Le produit des masses $\pi(2m_i)$ ne porte que sur les fermions externes de la réaction. Avec les notations définies au paragraphe I, le facteur dC devient :

$$dC = \frac{m^2 M}{2(2\pi)^5 E} \int \frac{d^3 p'}{E'} \frac{d^3 k}{k_o} \frac{d^3 p_2}{E_2} \delta^{(4)}(p + p_1 - p' - k - p_2) \quad (\text{II.27})$$

L'intégration sur $\vec{k}$ et $\vec{p}_2$ s'effectue en général dans le système du centre de masse, ce qui conduit à :

$$dC = \frac{m^2 M}{2(2\pi)^5} \frac{E'}{E} \frac{k}{W} dE' d\Omega' d\Omega_c \quad (\text{II.28})$$

$d\Omega'$ est l'angle solide relatif à l'électron diffusé dans le laboratoire, alors que l'angle solide $d\Omega_c$ se rapporte au pion produit dans le système du centre de masse.

2. Elément de matrice $\mathcal{M}$.

Soient $\vec{S}$ et $\vec{S}'$ les spins des électrons, $\vec{S}_1$ et $\vec{S}_2$ les spins des nucléons participant à la réaction. Si les électrons incidents et les protons cibles ne sont pas polarisés, il convient d'effectuer une moyenne sur les états de spin S et S_1 . Par contre, il faut sommer sur les états de spin S' et S_2 des particules de l'état final lorsque leur polarisation n'est pas mesurée. L'amplitude $\mathcal{A}$ du processus est alors reliée à l'élément de matrice $\mathcal{M}$ par :

$$\mathcal{M} = \frac{1}{4} \sum_{S, S'} \sum_{S_1, S_2} |\mathcal{A}|^2 \quad (\text{II.29})$$

Cette amplitude $\mathcal{A}$ se décompose en une petite partie leptonique et une partie hadronique, de telle sorte que :

$$\mathcal{A} = \frac{1}{2} \varepsilon_\mu J^\mu \quad (\text{II.30})$$

Le terme $\frac{1}{q^2}$ représente la propagateur du photon virtuel échangé. Les composantes du quadrivecteur ε_μ qui décrit le vertex leptonique s'expriment en fonction des spineurs u et u' de l'électron incident et de l'électron diffusé, et des matrices de Dirac γ_μ :

$$\varepsilon_\mu = e \bar{u}' \gamma_\mu u \quad (\text{II.31})$$

Le quadrivecteur J_μ représente l'élément de matrice du courant électromagnétique des hadrons j_μ :

$$J_\mu = \langle \pi^+ n | j_\mu | p \rangle \quad (\text{II.32})$$

Dans ces conditions, l'élément de matrice $\mathcal{M}$ apparaît comme le produit d'un tenseur leptonique par un tenseur hadronique :

$$\mathcal{M} = \frac{1}{4g^4} L_{\mu\nu} T^{\mu\nu} \quad (\text{II.33})$$

$$L_{\mu\nu} = \sum_{S, S'} \epsilon_{\mu} \epsilon_{\nu}^* \quad (\text{II.34})$$

$$T_{\mu\nu} = \sum_{S_1, S_2} J_{\mu} J_{\nu}^* \quad (\text{II.35})$$

3. Polarisation du photon virtuel

En raison de la conservation de l'hélicité au vertex leptonique, l'hélicité λ du photon virtuel s'écrit :

$$\lambda = m - m' \quad (\text{II.36})$$

où m et m' sont les projections sur la quantité de mouvement $\vec{q}$ du photon des spins $\vec{S}$ et $\vec{S}'$ des électrons. m et m' pouvant prendre les valeurs $\pm \frac{1}{2}$, il existe trois états d'hélicité possibles pour le photon virtuel : $\lambda = +1, 0, -1$. Les états $\lambda = \pm 1$ caractérisent les photons "transversaux" alors que les photons "longitudinaux" sont tels que $\lambda = 0$. A la différence des photons réels, purement transversaux, l'état d'hélicité $\lambda = 0$ n'est pas interdit aux photons virtuels. Un photon d'hélicité λ est décrit par un quadrivecteur unité e_{μ}^{λ} . Le choix usuel des trois quadrivecteurs dans le système du centre de masse est le suivant :

$$e_{\mu}^{+} = -\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ i \\ 0 \end{bmatrix} ; \quad e_{\mu}^0 = \frac{1}{\sqrt{-q^2}} \begin{bmatrix} q \\ 0 \\ 0 \\ q_0 \end{bmatrix} ; \quad e_{\mu}^{-} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -i \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{II.37})$$

Afin de décomposer l'élément de matrice $\mathcal{M}$ en termes d'hélicité du photon, il convient de remplacer $\epsilon_{\mu} J^{\mu}$ par $\epsilon_{\mu} e_{\lambda}^{\mu*} e_{\mu}^{\lambda} J^{\mu}$.

L'élément de matrice $\mathcal{M}$ devient alors :

$$\mathcal{M} = \frac{1}{4q^4} \pi_{\lambda\lambda'} \tau^{\lambda\lambda'} \quad (\text{II.38})$$

Les matrices $\pi_{\lambda\lambda'}$ et $\tau_{\lambda\lambda'}$ sont reliées aux tenseurs $L_{\mu\nu}$ et $T_{\mu\nu}$ par :

$$\pi_{\lambda\lambda'} = e_{\lambda}^{\mu*} e_{\lambda'}^{\nu} L_{\mu\nu} \quad (\text{II.39})$$

$$\tau_{\lambda\lambda'} = e_{\lambda}^{\mu} e_{\lambda'}^{\nu*} T_{\mu\nu} \quad (\text{II.40})$$

$\pi_{\lambda\lambda'}$ est la matrice de polarisation du photon virtuel. Son expression se déduit du calcul de $L_{\mu\nu}$, effectué par exemple dans la référence [18]. Elle ne dépend que de l'angle ϕ et du paramètre ε défini par :

$$\varepsilon = \frac{1}{1 - 2 \frac{q_L^2}{q^2} \tan^2 \frac{\theta'_L}{2}} \quad (\text{II.41})$$

ε représente les taux égaux de polarisation transversale et longitudinale du photon virtuel.

La matrice taux d'interaction $\tau_{\lambda\lambda'}$ mesure les contributions des différents états d'hélicité du photon virtuel. C'est une matrice symétrique dont quatre composantes seulement sont indépendantes : τ_{++} , τ_{00} , τ_{+-} et τ_{+0} . Compte tenu des résultats précédents, la section efficace d'électroproduction se décompose de la manière suivante :

$$\frac{d\sigma}{dE' d\Omega' d\Omega_c} = - \frac{\alpha}{4(2\pi)^4} \frac{E'}{E} \frac{M}{W} \frac{k}{q^2} \frac{1}{1-\varepsilon} [\tau_{++} + \varepsilon \tau_{00} + \varepsilon \cos 2\phi \tau_{+-} + \sqrt{\varepsilon(\varepsilon+1)} \cos \phi \tau_{+0}] \quad (\text{II.42})$$

4. Sections efficaces de photoproduction virtuelle :

Les règles de la théorie covariante des perturbations, appliquées au processus de photoproduction virtuelle, conduisent à la section efficace exprimée dans le système du centre de masse :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{32\pi^2} \frac{M}{q_0^*} \frac{k}{W} [\tau_{++} + \varepsilon \tau_{00} + \varepsilon \cos 2\phi \tau_{+-} + \sqrt{\varepsilon(\varepsilon+1)} \cos \phi \tau_{+0}] \quad (\text{II.43})$$

q_0^* représente l'énergie dans le laboratoire d'un photon réel conduisant à une énergie totale W dans le système du centre de masse :

$$q_0^* = \frac{W^2 - M^2}{2M} \quad (\text{II.44})$$

La section efficace de photoproduction virtuelle apparaît donc comme une somme de quatre termes représentant respectivement :

- . La contribution des photons transversaux ($\lambda = \pm 1$) $\frac{d\sigma_T}{d\Omega}$
- . La contribution des photons longitudinaux ($\lambda = 0$) $\frac{d\sigma_L}{d\Omega}$
- . L'interférence entre les états d'hélicité $\lambda = +1$ et $\lambda = -1$ $\frac{d\sigma_{TT}}{d\Omega}$
- . L'interférence entre les photons transversaux et longitudinaux $\frac{d\sigma_{TL}}{d\Omega}$

soit :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{d\sigma_T}{d\Omega} + \epsilon \frac{d\sigma_L}{d\Omega} + \epsilon \frac{d\sigma_{TT}}{d\Omega} + \sqrt{\epsilon(\epsilon+1)} \frac{d\sigma_{TL}}{d\Omega} \quad (\text{II.45})$$

à condition de poser :

$$\Gamma = - \frac{\alpha}{2\pi^2} \frac{E'}{E} \frac{W^2 - M^2}{2M} \frac{1}{q} \frac{1}{1-\epsilon} \quad (\text{II.46})$$

La section efficace d'électroproduction s'exprime simplement en fonction de la section efficace de photoproduction virtuelle :

$$\frac{d\sigma}{dE' d\Omega' d\Omega_c} = \Gamma \frac{d\sigma}{d\Omega} \quad (\text{II.47})$$

Γ représente le flux de photons virtuels par MeV et par stéradian. La section efficace d'électroproduction étant mesurée dans le laboratoire, la relation (II.47) doit être multipliée par le jacobien J :

$$\frac{d\sigma}{dE' d\Omega' d\Omega} = J \Gamma \frac{d\sigma}{d\Omega} \quad (\text{II.48})$$

IV LES AMPLITUDES DE PHOTOPRODUCTION VIRTUELLE

On définit généralement trois types d'amplitudes correspondant à trois décompositions différentes de l'amplitude totale $e_\mu J^\mu$ du processus de photoproduction virtuelle :

- . Les amplitudes invariantes, qui s'expriment en fonction des variables

- s, u, t et q^2 , et ne dépendent pas du référentiel choisi pour les calculer.
- . Les amplitudes barycentriques, calculées dans le système du centre de masse et qui sont reliées simplement aux sections efficaces de photoproduction virtuelle.
 - . Les amplitudes multipolaires, qui interviennent dans le développement en ondes partielles des amplitudes barycentriques.

1. Les amplitudes invariantes A_i

Par un raisonnement analogue à celui de Chew, Goldberger, Low et Nambu (C G L N) [19] pour la photoproduction réelle, on peut montrer que l'élément de matrice du courant électromagnétique J_μ dépend de huit covariants relativistes, construits à partir des matrices de Dirac γ_μ et des quadrimoments q , k et P . Ils doivent en outre comporter la matrice γ_5 afin de tenir compte du caractère pseudo-scalaire du pion produit. Ces huit covariants sont successivement :

$$\gamma_5 \gamma_\mu, \gamma_5 q_\mu, \gamma_5 k_\mu, \gamma_5 P_\mu, \gamma_5 \gamma_\mu \not{q}, \gamma_5 q_\mu \not{q}, \gamma_5 k_\mu \not{q} \text{ et } \gamma_5 P_\mu \not{q}$$

avec $\not{q} = \gamma \cdot q$.

L'amplitude totale $\epsilon_\mu J^\mu$ se décompose donc en huit amplitudes invariantes. Cependant, la relation de conservation du courant électromagnétique $q_\mu J^\mu = 0$ permet de réduire à six le nombre d'amplitudes indépendantes telles que :

$$\epsilon_\mu J^\mu = \sum_{i=1}^6 A_i(s, u, t, q^2) \bar{u}_2 M_i u_1 \quad (\text{II.49})$$

u_1 et u_2 sont les spineurs de Dirac des nucléons entrant et sortant. Les matrices M_i sont construites à partir du quadrivecteur ϵ_μ et des huit covariants relativistes. Dennery [20] a choisi les six combinaisons invariantes de jauge suivantes :

$$M_1 = \frac{1}{2} \gamma_5 \gamma_\mu \gamma_\nu F^{\mu\nu} = \gamma_5 \not{\epsilon} \not{q}$$

$$M_2 = -2 \gamma_5 P_\mu (k_\nu - \frac{q_\nu}{2}) F^{\mu\nu} = -2 \gamma_5 [(q \cdot k - q^2) \underline{\epsilon} \cdot \underline{P} - q \cdot \underline{P} \underline{\epsilon} \cdot \underline{k}]$$

$$M_3 = \gamma_5 \gamma_\mu k_\nu F^{\mu\nu} = \gamma_5 (q \cdot \underline{k} \not{\epsilon} - \underline{\epsilon} \cdot \underline{k} \not{q}) \quad (\text{II.50})$$

$$M_4 = \gamma_5 \gamma_\mu (2P_\nu - M \gamma_\nu) F^{\mu\nu} = 2\gamma_5 (\underline{q} \cdot \underline{P} \underline{\epsilon} - \underline{\epsilon} \cdot \underline{P} \underline{q} - M \underline{\epsilon} \cdot \underline{q})$$

$$M_5 = -\gamma_5 q_\mu k_\nu F^{\mu\nu} = \underline{q}^2 \gamma_5 \underline{\epsilon} \cdot \underline{k}$$

$$M_6 = \gamma_5 q_\mu \gamma_\nu F^{\mu\nu} = -\underline{q}^2 \gamma_5 \underline{\epsilon}$$

$$\text{où } \underline{\epsilon} = \underline{\gamma} \cdot \underline{\epsilon} \quad (\text{II.51})$$

$$\text{et } F_{\mu\nu} = \epsilon_{\mu\nu} q_\nu - q_\mu \epsilon_\nu \quad (\text{II.52})$$

On remarque que les deux dernières matrices M_5 et M_6 sont nulles dans le cas de la photoproduction réelle, puisque $\underline{q}^2 = 0$. On ne définit alors que quatre amplitudes invariantes $A_i(s, u, t)$.

Décomposition dans l'espace des isospins.

D'après les règles de composition des moments angulaires, la composante isoscalaire du courant électromagnétique ne peut conduire qu'à un état final pion-nucléon d'isospin $I = \frac{1}{2} (I_3 = \frac{1}{2})$. La partie de l'amplitude invariante A_i correspondant à cette transition est définie par A_i^0 .

Par contre la composante isovectorielle peut conduire aussi bien à l'état $I = \frac{1}{2} (I_3 = \frac{1}{2})$, qu'à l'état $I = \frac{3}{2} (I_3 = \frac{1}{2})$, ce qui permet de définir les amplitudes A_i^1 et A_i^3 . La décomposition des amplitudes invariantes A_i est alors la suivante :

$$A_i = a_0 A_i^0 + a_1 A_i^1 + a_3 A_i^3 \quad (\text{II.53})$$

Les coefficients a_i sont déterminés en appliquant le théorème de Wigner-Eckart à l'opérateur courant électromagnétique, pris entre les différents états initiaux et finals d'isospin. Dans le cas du processus $\gamma + p \rightarrow \pi^+ + n$, on obtient :

$$A_i = \sqrt{2} (A_i^0 + \frac{1}{3} A_i^1 - \frac{1}{3} A_i^3) \quad (\text{II.54})$$

Cependant, il est usuel de faire intervenir les amplitudes isovectorielles A_i^+ et A_i^- au lieu de A_i^1 et A_i^3 . Elles proviennent de la décomposition du courant isovectoriel qui fait apparaître les opérateurs "échelle" $\frac{1}{2} \{\tau_\alpha, \tau_3\}$ et

$\frac{1}{2} [\tau_\alpha, \tau_3]$. τ_3 et τ_α sont les matrices d'isospin de Pauli, où α représente l'indice d'isospin du pion produit.

La nouvelle décomposition :

$$A_i = a_0 A_i^0 + a_+ A_i^+ + a_- A_i^- \quad (\text{II.55})$$

se réduit à :

$$A_i = \sqrt{2} (A_i^0 + A_i^-) \quad (\text{II.56})$$

dans le cas du processus $\gamma + p \rightarrow \pi^+ + n$.

2. Les amplitudes barycentriques F_i

La décomposition de l'amplitude $\epsilon_\mu J^\mu$ dans le système du centre de masse pion-nucléon permet de définir les amplitudes barycentriques par :

$$\epsilon_\mu J^\mu = \frac{4\pi W}{M} \sum_{i=1}^6 F_i(W, q^2, \theta) \chi_2^\dagger N_i \chi_1 \quad (\text{II.57})$$

χ_1 et χ_2 sont les spineurs de Pauli des nucléons.

Les matrices N_i sont construites à partir des matrices de Pauli $\vec{\sigma}$, des vecteurs unités $\hat{q}$ et $\hat{k}$ parallèles aux quantités de mouvement respectives $\vec{q}$ et $\vec{k}$, et des composantes du quadrivecteur $\underline{b}$ définies par :

$$b_\mu = \epsilon_\mu - \frac{\vec{\epsilon} \cdot \vec{q}}{q^2} q_\mu \quad (\text{II.58})$$

En raison de la conservation du courant électromagnétique, six amplitudes F_i seulement sont indépendantes. Les six matrices N_i généralement choisies [21] sont les suivantes :

$$\begin{aligned} N_1 &= i \vec{\sigma} \cdot \vec{b} \\ N_2 &= \vec{\sigma} \cdot \vec{k} \vec{\sigma} \cdot (\hat{q} \times \vec{b}) \\ N_3 &= i \vec{\sigma} \cdot \hat{q} \vec{k} \cdot \vec{b} \end{aligned} \quad (\text{II.59})$$

$$N_4 = i\vec{\sigma} \cdot \vec{R} \vec{R} \cdot \vec{b}$$

$$N_5 = -ib_0 \vec{\sigma} \cdot \vec{k} \quad (II.59)$$

$$N_6 = -ib_0 \vec{\sigma} \cdot \vec{q}$$

Nous remarquons immédiatement qu'il n'existe que quatre amplitudes $F_i(W, \theta)$ dans le cas de la photoproduction réelle : en effet, le quadrivecteur $\underline{b}$ décrivant un photon réel ne possède pas de composante scalaire ($b_0 = 0$), de telle sorte que les matrices N_5 et N_6 sont nulles. A partir des relations de définition des matrices M_i et N_i , et en identifiant les expressions (II.49) et (II.57) de l'amplitude totale, on obtient une relation matricielle permettant de passer des amplitudes invariantes A_i aux amplitudes barycentriques F_i :

$$F_i = C_{ij} A_j \quad (II.60)$$

Les éléments de matrice C_{ij} ont été calculés et sont donnés explicitement dans les références [17] et [21].

Les expressions des sections efficaces de photoproduction virtuelle en fonction des amplitudes F_i sont obtenues de la façon suivante : l'élément de matrice $\mathcal{M} = |\epsilon_\mu J^\mu|^2$ est développé à partir de la relation (II.57), puis décomposé en termes d'états d'hélicité du photon suivant la méthode indiquée au paragraphe III :

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_T}{d\Omega} = \frac{W}{M} \frac{k}{q_0^*} & \left[|F_1|^2 + |F_2|^2 + \frac{1}{2}|F_3|^2 \sin^2 \theta + \frac{1}{2}|F_4|^2 \sin^2 \theta - 2\text{Re}(F_1^* F_2) \cos \theta \right. \\ & \left. + \text{Re}(F_1^* F_4 + F_2^* F_3) \sin^2 \theta + \text{Re}(F_3^* F_4) \cos \theta \sin^2 \theta \right] \end{aligned} \quad (II.61)$$

$$\frac{d\sigma_L}{d\Omega} = -\frac{W}{M} \frac{k}{q_0^*} \frac{q^2}{q^2} \left[|F_5|^2 + |F_6|^2 + 2\text{Re}(F_5^* F_6) \cos \theta \right] \quad (II.62)$$

$$\frac{d\sigma_{TT}}{d\Omega} = \frac{W}{M} \frac{k}{q_0^*} \left[\frac{1}{2}|F_3|^2 + \frac{1}{2}|F_4|^2 + \text{Re}(F_1^* F_4 + F_2^* F_3) + \text{Re}(F_3^* F_4) \cos \theta \right] \sin^2 \theta \cos 2\phi \quad (II.63)$$

$$\frac{d\sigma_{TL}}{d\Omega} = 2\sqrt{2} \frac{W}{M} \frac{k}{q_0^*} \frac{\sqrt{-q^2}}{q} \left[\text{Re}(F_1^* F_5 + F_4^* F_5 + F_2^* F_6 + F_3^* F_6) + \text{Re}(F_3^* F_5 + F_4^* F_6) \cos \theta \right] \sin \theta \cos \phi \quad (II.64)$$

3. Les amplitudes multipolaires

La troisième décomposition possible de l'amplitude de photoproduction virtuelle consiste à développer en ondes partielles les amplitudes barycentriques F_i . Les amplitudes multipolaires $\mathcal{M}_{\ell\pm}$ ainsi définies sont des amplitudes propres du moment angulaire total J et de la parité P . Elles décrivent les transitions possibles induites par un photon de moment angulaire orbital ℓ' vers un état final de moment angulaire orbital ℓ et de parité P telle que :

$$P = (-1)^{\ell'+1} = (-1)^{\ell+1} \quad (\text{II.65})$$

Cependant, il est d'usage de définir la nomenclature de ces transitions par rapport au moment angulaire total du photon L . Le spin du photon étant égal à 1, L peut prendre les trois valeurs suivantes :

$$L = \ell'-1, \ell', \ell'+1 \quad (\text{II.66})$$

. Les états de moment angulaire $L = \ell'$ et de parité $P = (-1)^{L+1}$ sont appelés états 2^L polaires magnétiques.

. Les états de moment angulaire $L = \ell'\pm 1$ et de parité $P = (-1)^L$ sont appelés états 2^L polaires électriques.

On peut montrer [17] que les photons transversaux ($\lambda = \pm 1$) peuvent induire des transitions magnétiques ou électriques, alors que les photons longitudinaux ($\lambda = 0$) ne peuvent induire que des transitions électriques. Dans ce dernier cas les états multipolaires électriques sont encore appelés états multipolaires scalaires (ou longitudinaux).

La conservation du moment angulaire total J entre l'état initial et l'état final se traduit par :

$$J = L \pm \frac{1}{2} = \ell \pm \frac{1}{2} \quad (\text{II.67})$$

Puisque le spin du nucléon est égal à $1/2$, un état multipolaire donné correspond donc à deux transitions possibles vers un état final de moment orbital ℓ , selon que le moment angulaire total J est égal à $\ell + \frac{1}{2}$ ou $\ell - \frac{1}{2}$. Les amplitudes correspondantes sont notées par les indices $+$ ou $-$, de telle sorte qu'il existe six types d'amplitudes multipolaires :

- les multipôles magnétiques $M_{\ell+}$ et $M_{\ell-}$
- les multipôles électriques $E_{\ell+}$ et $E_{\ell-}$
- les multipôles scalaires $S_{\ell+}$ et $S_{\ell-}$

Compte tenu de la conservation de la parité, les transitions magnétiques sont telles que :

$$L = \ell$$

alors que les transitions électriques ou scalaires sont telles que :

$$L = \ell + 1 \text{ pour un état final } J = \ell + \frac{1}{2}$$

$$L = \ell - 1 \text{ pour un état final } J = \ell - \frac{1}{2}$$

Certains auteurs [20, 22, 23] définissent plutôt des multipôles longitudinaux $L_{\ell\pm}$ au lieu des multipôles scalaires $S_{\ell\pm}$. Ils ne diffèrent de ces derniers que par un facteur multiplicatif $\frac{q_0}{q}$:

$$L_{\ell\pm} = \frac{q_0}{q} S_{\ell\pm} \quad (\text{II.68})$$

Les caractéristiques des amplitudes multipolaires sont résumées au tableau I.

Tableau I

Notation	ℓ minimal	J	L	P	Ordre de la transition
$M_{\ell+}$	1	$\ell + \frac{1}{2}$	ℓ	$(-1)^{L+1}$	2^ℓ
$M_{\ell-}$	1	$\ell - \frac{1}{2}$	ℓ	$(-1)^{L+1}$	2^ℓ
$E_{\ell+}$	0	$\ell + \frac{1}{2}$	$\ell+1$	$(-1)^L$	$2^{\ell+1}$
$E_{\ell-}$	2	$\ell - \frac{1}{2}$	$\ell-1$	$(-1)^L$	$2^{\ell-1}$
$S_{\ell+}$	0	$\ell + \frac{1}{2}$	$\ell+1$	$(-1)^L$	$2^{\ell+1}$
$S_{\ell-}$	1	$\ell - \frac{1}{2}$	$\ell-1$	$(-1)^L$	$2^{\ell-1}$

Le développement en ondes partielles des amplitudes barycentriques F_i est alors donné par les relations suivantes [24]:

$$\begin{aligned}
 F_1 &= \sum_{\ell=0}^{\infty} \left[\ell P'_{\ell+1}(\cos \theta) M_{\ell+} + (\ell+1) P'_{\ell-1}(\cos \theta) M_{\ell-} + P'_{\ell+1}(\cos \theta) E_{\ell+} + P'_{\ell-1}(\cos \theta) E_{\ell-} \right] \\
 F_2 &= \sum_{\ell=0}^{\infty} \left[(\ell+1) P'_{\ell}(\cos \theta) M_{\ell+} + \ell P'_{\ell}(\cos \theta) M_{\ell-} \right] \\
 F_3 &= \sum_{\ell=0}^{\infty} \left[-P''_{\ell+1}(\cos \theta) M_{\ell+} + P''_{\ell-1}(\cos \theta) M_{\ell-} + P''_{\ell+1}(\cos \theta) E_{\ell+} + P''_{\ell-1}(\cos \theta) E_{\ell-} \right] \\
 F_4 &= \sum_{\ell=0}^{\infty} \left[P''_{\ell}(\cos \theta) M_{\ell+} - P''_{\ell}(\cos \theta) M_{\ell-} - P''_{\ell}(\cos \theta) E_{\ell+} - P''_{\ell}(\cos \theta) E_{\ell-} \right] \quad (\text{II.69}) \\
 F_5 &= \sum_{\ell=0}^{\infty} \left[-(\ell+1) P'_{\ell}(\cos \theta) S_{\ell+} + \ell P'_{\ell}(\cos \theta) S_{\ell-} \right] \\
 F_6 &= \sum_{\ell=0}^{\infty} \left[-(\ell+1) P'_{\ell+1}(\cos \theta) S_{\ell+} - \ell P'_{\ell-1}(\cos \theta) S_{\ell-} \right]
 \end{aligned}$$

La dépendance angulaire des amplitudes F_i est contenue dans les dérivées premières et secondes $P_{\ell}^{(n)}(\cos \theta)$ des polynômes de Legendre $P_{\ell}(\cos \theta)$. Les amplitudes multipolaires $\eta_{\ell\pm}$ ne dépendent que de l'énergie W et du carré du quadrimoment q^2 .

V. RELATIONS DE DISPERSION ET TERMES DE BORN

Les amplitudes de photoproduction virtuelle ne peuvent se déduire d'un simple traitement perturbatif comme dans le cas d'un processus purement électromagnétique. Ceci provient en particulier de ce que, contrairement à la constante de structure fine α , la constante de couplage fort est supérieure à 1 : $\frac{g^2}{4\pi} \approx 14,4$. Dans ces conditions, un développement en série de puissances de cette constante n'a plus de raison d'être.

Cependant, les amplitudes physiques d'un processus, fonctions complexes de variables réelles, sont généralement prolongées analytiquement dans le plan complexe. L'étude de leurs propriétés analytiques permet alors de relier leur partie réelle à une intégrale portant sur leur partie imaginaire. Ces relations, plus connues sous le nom de relations de dispersion, sont en fait une conséquence directe du théorème de Cauchy.

C'est une des raisons pour lesquelles la théorie de la matrice S a obtenu un succès certain dans la description des interactions fortes [25]. En effet, le comportement analytique des amplitudes découle de propriétés

de la matrice S , telles que :

. la covariance relativiste

. l'unitarité

et de principes physiques ou d'hypothèses telles que :

. la causalité

. l'analyticité maximale.

Si nous appliquons ces contraintes aux amplitudes invariantes $A_i(s, u, t, g^2)$ de la photoproduction virtuelle, nous pouvons relier leur propriétés analytiques aux différents états intermédiaires possibles dans les voies s , u et t . L'hypothèse de l'analyticité maximale postule en particulier que les seules singularités que comportent ces amplitudes sont situées sur l'axe réel.

Ce sont :

. Les pôles $s = M^2$, $u = M^2$ et $t = \mu^2$, qui correspondent à des états intermédiaires à une particule.

. Les coupures $s = (M+\mu)^2$, $u = (M+\mu)^2$, $t = 4\mu^2$ et $t = 9\mu^2$, qui correspondent au seuil du continuum, c'est-à-dire aux états intermédiaires à deux particules ou plus.

Ces différents états intermédiaires sont représentés à la figure 10.

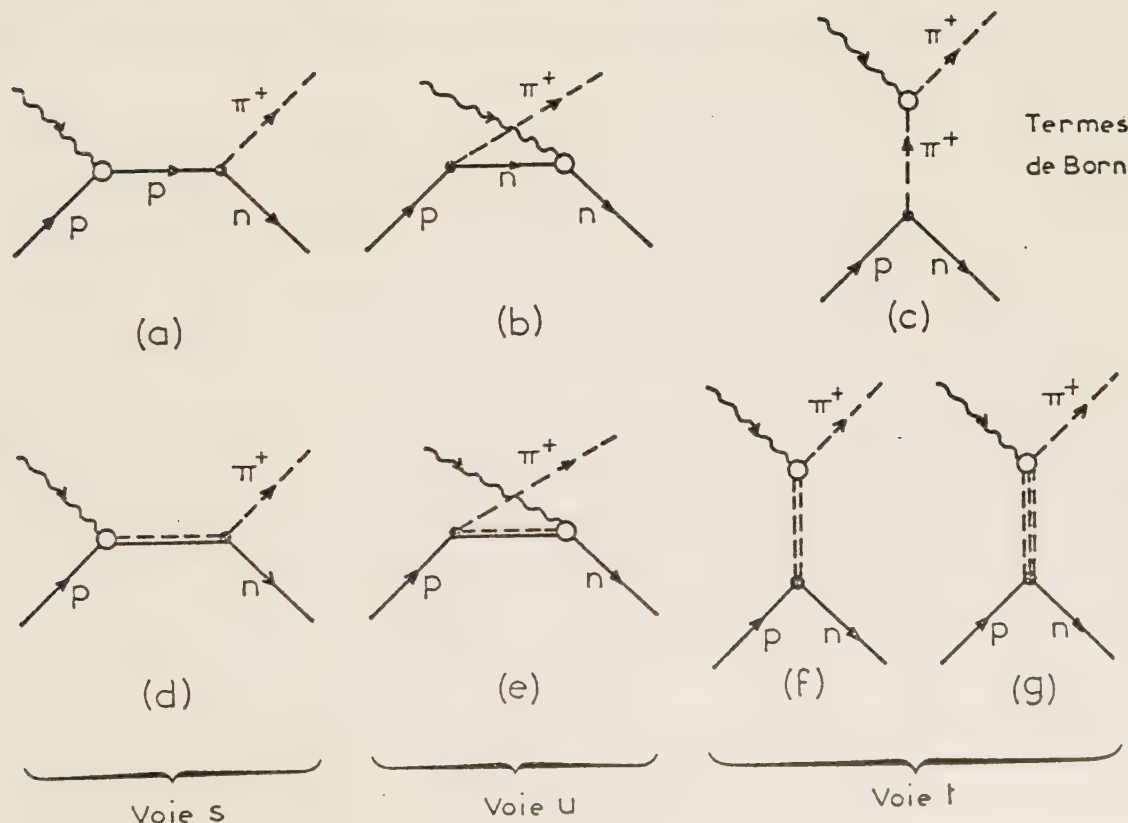


Fig. 10

Ces propriétés analytiques conduisent alors à des relations de dispersion à t fixé du type :

$$\operatorname{Re} A_i^I(s, u, t, \underline{q}^2) = A_i^{IB}(s, u, t, \underline{q}^2) + \frac{P}{\pi} \int_{(M+\mu)^2}^{\infty} \left[\frac{1}{s'-s} + \xi^I \frac{1}{s'-u} \right] \operatorname{Im} A_i^I(s', s', t, \underline{q}^2) ds' \quad (\text{II.70})$$

Le coefficient ξ^I , qui vaut $+1$ ou -1 selon la valeur de l'indice d'isospin ($I = +, 0$ ou $-$), est introduit pour tenir compte de ce qu'une amplitude $A_i^I(s, u, t, \underline{q}^2)$ est paire ou impaire dans l'échange des variables s et u . Cette symétrie de croisement est une conséquence de l'invariance par conjugaison de charge de la matrice S .

Termes de Born

Les termes $A_i^{IB}(s, u, t, \underline{q}^2)$ ne sont autres que les résidus aux pôles des amplitudes invariantes. Ils constituent les termes de Born, et correspondent aux diagrammes a, b et c de la figure 10. Ils sont calculés à partir de l'approximation de Born généralisée, relative à l'échange d'un nucléon et d'un pion. Les grandes lignes d'un tel calcul, ainsi que les résultats concernant les amplitudes invariantes, sont indiqués dans l'appendice B.

Nous avons déjà vu, d'après la décomposition des amplitudes invariantes dans l'espace des isospins, que seuls les termes $A_i^{OB}(s, u, t, \underline{q}^2)$ et $A_i^{-B}(s, u, t, \underline{q}^2)$ contribuent au processus $\gamma + p \rightarrow \pi^+ + n$.

Les termes de Born font intervenir les facteurs de forme isoscalaires $F_1^S(\underline{q}^2)$, $F_2^S(\underline{q}^2)$, et les facteurs de forme isovectoriels $F_1^V(\underline{q}^2)$ et $F_2^V(\underline{q}^2)$ des nucléons. Ces facteurs de forme, définis dans l'appendice A, apparaissent aux vertex photon-nucléon des diagrammes a et b de la figure 10. $F_\pi(\underline{q}^2)$ est le facteur de forme électromagnétique du pion défini au chapitre I. Il intervient au vertex photon-pion du diagramme c de la figure 10. Nous pouvons d'ores et déjà noter que le terme d'échange du pion, pour des raisons d'invariance par conjugaison de charge et de conservation de la parité isotopique, ne contribue qu'à la partie isovectorielle $A_i^{-B}(s, u, t, \underline{q}^2)$ des amplitudes invariantes. En outre, il ne se projette que sur l'amplitude $A_5^{-B}(s, u, t, \underline{q}^2)$ par le simple terme :

$$A_5^{-B}(\pi) = \frac{2eg}{\underline{q}^2} \frac{F_\pi(\underline{q}^2)}{t-\mu^2} \quad (\text{II.71})$$

VI LES MODELES D'ELECTROPRODUCTION

1. Modèles utilisant les relations de dispersion

a) *Le théorème de Watson*

Seules, les relations de dispersion (II.70) ne suffisent pas pour déterminer les amplitudes de photoproduction virtuelle. Il est nécessaire d'introduire dans un tel traitement des informations physiques supplémentaires. En particulier il est possible de tenir compte du théorème de Watson [26], qui permet de relier les parties réelles et imaginaires des amplitudes multipolaires. Le théorème de Watson, qui est une conséquence de l'unitarité de la matrice S et de l'invariance par renversement du temps, stipule que les phases des amplitudes de photoproduction sont égales aux phases $\delta_\ell^I(W)$ des amplitudes d'ondes partielles de la diffusion élastique pion-nucléon. Il se traduit par :

$$\text{Im } \eta_\ell^I(W, q^2) = \text{tg } \delta_\ell^I(W) \text{Re } \eta_\ell^I(W, q^2) \quad (\text{II.72})$$

ℓ et I représentent respectivement le moment angulaire orbital et l'isospin de l'état final.

Il convient donc d'écrire les relations de dispersion (II.70) en termes d'amplitudes multipolaires. Grâce au théorème de Watson, et aux relations de passage (II.60) et (II.69) entre les différents types d'amplitudes, on obtient :

$$\begin{aligned} \text{Re } \eta_\ell^I(W, q^2) &= \eta_\ell^{IB}(W, q^2) + \frac{P}{\pi} \int_{M+\mu}^{\infty} \frac{\text{tg } \delta_\ell^I(W') \text{Re } \eta_\ell^I(W', q^2)}{W' - W} dW' \\ &+ \frac{1}{\pi} \int_{M+\mu}^{\infty} \sum_{\ell'} K_{\ell\ell'}(W, W', q^2) \text{tg } \delta_{\ell'}^I(W') \text{Re } \eta_{\ell'}^I(W', q^2) dW' \end{aligned} \quad (\text{II.73})$$

La variable d'intégration est ici W' , et non plus $s' = W'^2$. Les termes $\eta_\ell^{IB}(W, q^2)$ correspondent aux termes de Born, purement réels. Dans la seconde intégrale la sommation sur ℓ' indique en fait que sont prises en compte les contributions de tous les multipôles autres que $\eta_\ell^I(W', q^2)$.

Le couplage entre les multipôles $\eta_\ell^I(W, q^2)$ et $\eta_{\ell'}^I(W', q^2)$ est décrit par la fonction $K_{\ell\ell'}(W, W', q^2)$, encore appelée noyau ou kernel. Ces fonctions, bien que calculables explicitement à partir des relations (II.60), (II.69) et (II.70) deviennent très complexes dès que ℓ' est supérieur ou égal à 2.

Les relations de dispersion (II.73) constituent donc un système d'équations intégrales couplées. La connaissance expérimentale des déphasages $\delta_{\ell}^I(W)$, issue de mesures de diffusion pion-nucléon [27], peut permettre de les résoudre.

b) Les principaux modèles "dispersifs".

La résolution du système d'équations intégrales (II.73) est complexe. Un certain nombre d'hypothèses physiques et d'approximations sont nécessaires.

Parce que l'étude expérimentale des processus de photoproduction et d'électroproduction s'est effectuée d'abord dans la région d'énergie de la première résonance Δ_{33} (1236 MeV), les premiers modèles théoriques utilisant les relations de dispersion s'appliquent à ce même domaine d'énergie. C'est pourquoi l'hypothèse de départ commune à tous ces modèles est la prédominance de cet état résonnant dans les intégrales dispersives. Le spin de l'isobare Δ_{33} étant égal à $\frac{3}{2}$, et pour des raisons de conservation du moment angulaire et de la parité, il ne peut conduire qu'à un système pion-nucléon dans un état $p(\ell=1)$. L'isospin de la résonance Δ_{33} étant égal à $\frac{3}{2}$, elle ne peut être induite que par les transitions multipolaires suivantes :

$$M_{1+}^3, E_{1+}^3 \text{ et } S_{1+}^3.$$

La première tentative de résolution des équations intégrales (II.73) a fait l'objet des travaux de Chew, Goldberger, Low et Nambu [19] pour la photoproduction. Leurs résultats ont été étendus à l'électroproduction par Fubini, Nambu et Wataghin (FNW) [28]. Trois approximations successives sont effectuées.

. Seules les transitions multipolaires vers les états s et p ($\ell = 0, 1$) sont considérées.

. Les relations de dispersion (II.73) sont réécrites dans le cas de l'approximation statique. Le nucléon est considéré comme spectateur, donc au repos dans le système du laboratoire. Ceci a pour effet de simplifier notablement ces relations et de découpler certaines d'entre elles.

. Parmi les trois multipôles conduisant à un état résonnant Δ_{33} , le dipôle magnétique M_{1+}^3 est le multipôle dominant.

L'extension au cas relativiste du modèle statique a été effectuée successivement par Dennery [20], Zagury [22] et Adler [23]. Les seules amplitudes multipolaires à être prise en compte sont encore les amplitudes d'ordre $\ell = 0$ et

$\ell = 1$. Le dipôle magnétique M_{1+}^3 reste le multipôle dominant. Cependant, le système d'équations intégrales à résoudre n'est plus aussi simple que dans le cas du modèle statique. Aussi certaines différences entre les solutions proposées par ces différents modèles relativistes peuvent s'expliquer par les méthodes de résolution utilisées [23].

Une méthode plus générale consiste à calculer les fonctions $K_{\ell\ell}'(W, W', q^2)$ et à résoudre le système d'équations intégrales (II.73) par itération. Moyennant l'hypothèse selon laquelle l'amplitude dipolaire magnétique prédomine, les solutions données par les modèles précédents (statiques ou relativistes) peuvent servir de solutions d'essai. Berends, Donnachie et Weaver d'une part [21, 29], Von Gehlen d'autre part [30] ont élaboré de tels modèles.

Les solutions de ces différents modèles présentent cependant une caractéristique commune : les contributions les plus importantes, en dehors des termes de Born interviennent dans

- . le dipôle électrique E_{0+} pour les transitions vers les états s.
- . Le dipôle magnétique M_{1+}^3 bien sûr, pour les transitions vers les états p.

Dans ce dernier cas la solution obtenue est proportionnelle à

$$M_{1+}^{3B} \sin \delta_1^3 e^{i\delta_1^3} \quad (\text{II.74})$$

où δ_1^3 est la phase de l'amplitude de diffusion pion-nucléon en onde p, et pour un état final d'isospin $I = \frac{3}{2}$.

Notons que d'autres transitions, bien que généralement considérées comme négligeables, sont néanmoins prises en compte par les modèles de Zagury [22] et Von Gehlen [30]. Il s'agit en particulier des multipôles E_{1+}^3 et S_{1+}^3 pouvant conduire à l'état résonnant Δ_{33} , et des multipôles S_{0+} et M_{1-} décrivant des états pion-nucléon non résonnants.

c) Limite de validité des modèles "dispersifs".

Les différents modèles que nous venons de citer ont été comparés aux mesures d'électroproduction de π^0 sur le proton au voisinage de la résonnance Δ_{33} [31, 32, 33].

Cette comparaison constitue en fait le meilleur test de ces modèles, tout au moins en ce qui concerne la description de la partie résonnante du pro-

cessus. En effet le coefficient a_3 , qui intervient dans la décomposition des amplitudes dans l'espace des isospins, vaut $\frac{2}{3}$ pour la réaction $\gamma + p \rightarrow \pi^0 + p$, alors qu'il vaut $\frac{\sqrt{2}}{3}$ dans le cas du processus $\gamma + p \rightarrow \pi^+ + n$.

Les résultats expérimentaux confirment l'hypothèse de la prédominance du dipôle magnétique M_{1+}^3 dans les intégrales dispersives. Ceci est à rapprocher des arguments théoriques de Becchi et Morpurgo [34] basés sur le modèle des quarks, et les considérations de Harari et Lipkin [35] sur le groupe de symétrie SU (6), impliquant que l'état résonnant Δ_{33} ne peut être induit que par une transition magnétique dipolaire. Cependant les contributions des multipôles E_{1+}^3 et S_{1+}^3 , bien que faibles, ne semblent pas strictement nulles. L'analyse en ondes partielles des deux expériences les plus récentes [32,33] conduit aux résultats suivants :

Le rapport $\left| S_{1+}^3 / M_{1+}^3 \right|$ est de l'ordre de 0.05 à 0.10 pour des valeurs de l'énergie W comprises entre 1150 MeV et 1320 MeV, et des quadrimoments q^2 variant entre 0.3 et 1.6 (GeV/c)².

Le rapport $\left| E_{1+}^3 / M_{1+}^3 \right|$ reste inférieur à 0.05 dans ce même domaine de W et q^2 . Cependant, ainsi que l'indiquent Alder et al. [33], la contribution du multipôle S_{1+}^3 à la section efficace d'électroproduction de π^0 reste de l'ordre de 10^{-2} .

En outre, cette contribution, qui intervient surtout par le terme d'interférence $\text{Re}(S_{1+}^3 M_{1+}^{*3})$, est contenue dans la section efficace $d\sigma_{\text{TL}}/d\Omega$ qui décrit l'interférence entre les amplitudes transversales et longitudinales.

Comme nous le verrons, ces résultats sont très importants car ils conditionnent en partie la possibilité d'extraire le facteur de forme du pion d'une mesure d'électroproduction, en réduisant au minimum la dépendance vis-à-vis d'un modèle théorique.

L'analyse des expériences [32] et [33] indique également la présence, en plus du dipôle électrique E_{0+} , de multipôles non résonnants S_{0+} et M_{1-} . Leur contribution à la section efficace, intervenant également par leur interférence avec le dipôle magnétique M_{1+} , est de l'ordre de 10^{-2} dans le domaine d'énergie étudié.

En conclusion, l'étude des amplitudes de photoproduction virtuelle peut se limiter au calcul des termes de Born, à la résolution des intégrales dispersives portant sur les multipôles M_{1+} et E_{0+} , et, à un degré moindre, sur les multipôles S_{0+} , M_{1-} , E_{1+} et S_{1+} . Cependant, des difficultés subsistent quant à la résolution des relations de dispersion relatives à ces multipôles. Elles proviennent de :

- . la méthode de résolution des équations intégrales.
- . la connaissance des déphasages pion-nucléon en fonction de l'énergie.
- . l'introduction de constantes de soustraction dans les relations de dispersion, afin de tenir compte de l'existence de singularités cinématiques et du comportement asymptotique des amplitudes. Ce dernier point a été soulevé en particulier par Kellett et Verzegnassi [36].

En définitive, les modèles dispersifs reproduisent assez bien les résultats expérimentaux de photoproduction et d'électroproduction dans la région de la première résonance. Ils n'ont pas été testés à haute énergie où la prédominance de l'isobare Δ_{33} dans les intégrales dispersives n'est plus aussi évidente. Nous verrons, en particulier, que l'utilisation de tels modèles dans l'analyse de mesures d'électroproduction à haute énergie ($W > 2$ GeV) peut conduire à des erreurs importantes [14].

2. Les modèles isobariques

a) *Principe*

L'hypothèse selon laquelle le processus de photoproduction (ou d'électroproduction) à basse énergie est dominé par la résonance Δ_{33} est à l'origine du modèle isobarique. La contribution des intégrales dispersives, décrivant les états intermédiaires pion-nucléon, est donnée par l'amplitude du diagramme d'échange de l'isobare Δ_{33} .

Une généralisation de ce modèle consiste à décomposer l'amplitude totale du processus en une somme d'amplitudes partielles, chacune d'entre elles se rapportant à un diagramme donné. Chaque diagramme correspond à l'échange d'une particule ou résonance, de masse et de nombre quantiques parfaitement déterminés.

. Les premiers diagrammes, décrivant l'échange d'un nucléon dans les voies s et u, et d'un pion dans la voie t, ne sont autres que les termes de Born définis au paragraphe précédent.

Par contre les contributions des intégrales, correspondant à des états intermédiaires à deux particules ou plus, sont décrites par :

. Les diagrammes d'échange de résonances isobariques pion-nucléon dans la voie s, et leurs termes croisés dans la voie u.

Puisque l'isospin de l'état final peut prendre les valeurs 1/2 et 3/2, les isobares susceptibles d'être échangées sont les N^* (isospin 1/2) et les Δ (isospin 3/2), soit suivant la valeur du spin (1/2, 3/2, 5/2; etc.) :

N_{11}^* (1470 MeV, 1535 MeV), N_{13}^* (1520 MeV), N_{15}^* (1670 MeV), etc.

Δ_{31} (1650 MeV), Δ_{33} (1236 MeV), etc.

On peut montrer que les transitions vers les états résonants N_{11}^* et N_{15}^* sont interdites [21]. Par contre le terme d'échange de l'isobare Δ_{33} va jouer un rôle primordial dans le processus d'électroproduction à basse énergie en raison de la faible masse de cette résonance.

. Les diagrammes d'échange de mésons vectoriels dans la voie t.

Les états intermédiaires à deux pions sont décrits par l'échange du méson ρ (765 MeV), alors que les états intermédiaires à trois pions sont décrits par l'échange du méson ω (783 MeV). Les contributions de mésons vectoriels supplémentaires, de masses beaucoup plus élevées, sont généralement négligées.

Le premier modèle isobarique est dû à Gourdin et Salin [37] pour la photoproduction. Il a été étendu par Salin [38] au processus d'électroproduction. Dans ce dernier cas, seule est prise en compte, outre les termes de Born, la contribution résonnante de l'isobare Δ_{33} dans la voie s.

D'autres modèles isobariques ont été élaborés par la suite [39, 40, 41], en particulier par Kessler [42, 43].

Le modèle le plus récent, dû à G. Cochard [17, 44], tient compte des termes de Born, des termes isobariques Δ_{33} et N_{13}^* dans les voies s et u, et des termes d'échange des mésons ρ et ω dans la voie t. Dans le domaine d'énergie correspondant à $W < 1400$ MeV, Cochard a montré que la contribution de l'isobare N_{13}^* est parfaitement négligeable.

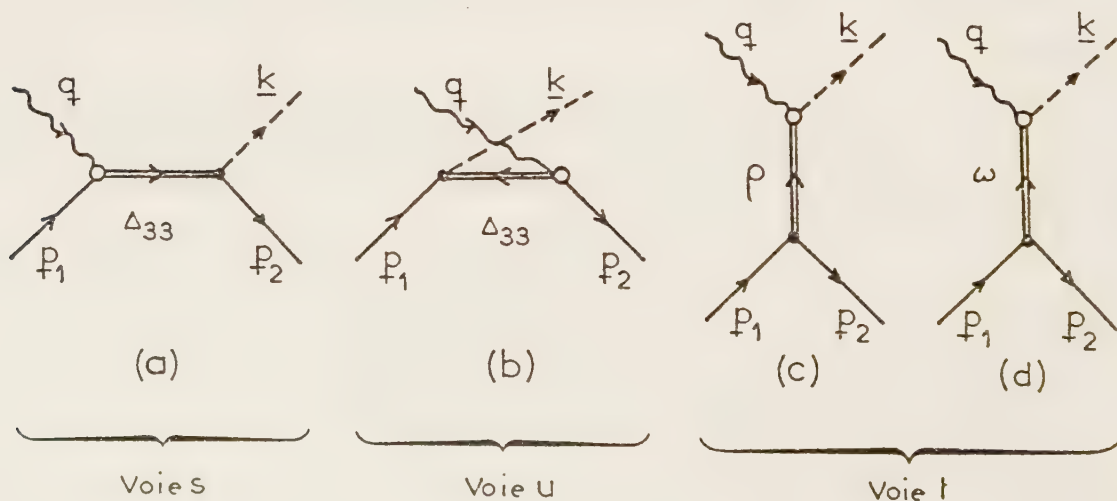


Fig. 11

Dans ces conditions, les diagrammes d'échange pris en compte, outre les termes de Born, sont représentés à la figure 11. Les amplitudes relatives à chacun de ces diagrammes sont calculées à partir des règles de Feynman.

b) Termes isobariques

Le calcul de l'amplitude correspondant au diagramme 11a fait intervenir . Le couplage photon-nucléon-isobare.

La forme invariante de jauge la plus générale a été déterminée par Gourdin et Salin [37] et se décompose en trois termes indépendants :

$$C_1 \gamma_\mu + C_2 \frac{\Delta_\mu}{W_0} + C_3 \frac{P_{1\mu}}{M} \quad (\text{II.75})$$

Δ_μ représente le quadrivecteur énergie-impulsion de l'isobare Δ_{33} échangé et W_0 sa masse ($W_0 \approx 1236$ MeV)

$$\Delta_\mu = q_\mu + P_{1\mu} \quad (\text{II.76})$$

Le choix des coefficients C_1 , C_2 et C_3 est quelque peu arbitraire. Cependant, si le terme d'échange du Δ_{33} ne correspond qu'à une transition dipolaire magnétique pure, ces trois coefficients ne sont plus indépendants, et il ne subsiste qu'un paramètre arbitraire C . Le choix de Gourdin et Salin est $C = C_1$ et $C_2 = C_3 = 0$, alors que celui de Stodolsky et Sakurai [45] correspond à $C = C_1 = -C_2$ et $C_3 = 0$. Le paramètre C est en fait le produit de la constante de couplage photon-nucléon isobare, dépendant de l'énergie W , par un facteur de forme de transition dépendant de q^2 .

. Le propagateur du Δ_{33} .

La forme la plus couramment admise pour le propagateur d'une particule de spin 3/2 est celle de Rarita et Schwinger [46]. Il contient en outre un terme de type Breit et Wigner pour décrire les effets résonnants :

$$\frac{1}{s - s_0 + iW\Gamma} \quad (\text{II.77})$$

où Γ est la largeur de la résonance Δ_{33} , alors que s_0 est lié à sa masse par $s_0 = W_0^2$.

. Le couplage isobare-nucléon-pion.

Il comporte également un paramètre arbitraire, la constante de couplage

isobare-nucléon-pion $g_{\Delta N\pi}$.

L'amplitude relative au terme isobarique dans la voie u (figure 11 b) se calcule de façon analogue, avec toutefois les changements suivants :
Le quadrimoment de l'isobare devient

$$\Delta_\mu = p_{2\mu} - q_\mu \quad (\text{II.78})$$

alors que le couplage photon-nucléon-isobare se transforme en

$$C_1 \gamma_\mu + C_2 \frac{\Delta_\mu}{W_0} + C_3 \frac{p_{2\mu}}{M} \quad (\text{II.79})$$

Comme il ne s'agit pas d'un terme résonnant, le dénominateur du propagateur est simplement $u - s_0$. Ceci explique en particulier que la contribution du terme croisé est inférieure d'un ordre de grandeur environ à celle du terme direct de la voie s.

c) *Termes d'échange de mésons vectoriels.*

Les amplitudes correspondant aux diagrammes 11c et 11d font apparaître les constantes de couplage suivantes :

$g_{\rho NN}$ et $g_{\omega NN}$ au vertex méson vectoriel-nucléon.

$g_{\gamma\pi\rho}$ et $g_{\gamma\pi\omega}$ au vertex photon-pion-méson vectoriel.

Bien que des informations puissent être obtenues sur $g_{\gamma\pi\rho}$ et $g_{\gamma\pi\omega}$ à partir des rapports d'embranchement pour $\rho \rightarrow \pi + \gamma$ et $\omega \rightarrow \pi + \gamma$, ces constantes de couplage font partie des paramètres arbitraires intervenant dans le modèle.

d) *Invariance de jauge*

Nous pouvons faire dès à présent une remarque à propos de l'invariance de jauge relative au courant électromagnétique des hadrons :

$$q_\mu J^\mu = 0 \quad (\text{II.80})$$

Les termes isobariques et les termes d'échange de mésons vectoriels étant eux-mêmes invariants de jauge, en raison du choix des couplages effectués, le courant électromagnétique relatif aux termes de Born doit être lui-même invariant de jauge. Cette propriété se traduit par l'identité [17] :

$$F_\pi(q^2) = F_1^V(q^2) \quad (\text{II.81})$$

Cette relation n'est qu'une conséquence des hypothèses intervenant dans le modèle, et nous n'en tirerons aucune conclusion sur le facteur de forme du pion.

e) Validité des modèles isobariques

Ces modèles font appel à un certain nombre de paramètres arbitraires tels que constantes de couplage et facteurs de forme. Il comportent également des hypothèses portant par exemple sur la forme des propagateurs et les largeurs des résonances échangées.

C'est ainsi que l'ensemble des résultats expérimentaux de photoproduction et d'électroproduction dans la région de la première résonance, a permis à Cochard d'ajuster les paramètres suivants :

$$C_1, C_2, C_3, \Gamma, g_{\Delta N\pi}, g_{\rho NN}, g_{\omega NN}, g_{\gamma\pi\rho} \text{ et } g_{\gamma\pi\omega}.$$

Cochard a dû déterminer plus particulièrement le comportement des constantes de couplage et facteurs de forme de l'isobare Δ_{33} en fonction de l'énergie W et du quadrimoment q^2 . En effet le terme isobarique de la figure 11a est de loin le plus important, alors que le modèle est beaucoup moins sensible aux constantes relatives aux mésons vectoriels.

Un second inconvénient des modèles isobariques est de décrire le processus en ajoutant aux termes de Born des termes résonnants correspondant à l'échange d'isobares et de mésons vectoriels, sans tenir compte d'éventuelles contributions non résonnantes dans les voies s , u et t .

En définitive la situation actuelle concernant les modèles isobariques est assez analogue à celle des modèles "dispersifs". Ils reproduisent assez bien les résultats à basse énergie, où la résonance Δ_{33} domine effectivement l'amplitude d'électroproduction. Par contre leur extension à des domaines d'énergie différents nécessiterait de prendre en compte l'échange de résonances ou mésons vectoriels supplémentaires.

Chapitre III

ELECTROPRODUCTION VERS L'AVANT ET FACTEUR DE FORME DU PION

Les sections efficaces d'électroproduction sont sensibles au facteur de forme électromagnétique du pion $F_{\pi}(q^2)$ puisqu'il intervient directement dans le terme de Born correspondant au graphe "photoélectrique".

Cependant, nous avons vu que des modèles sont nécessaires pour évaluer les contributions, résonnantes ou non, provenant d'états intermédiaires à deux particules ou plus. Ces modèles contiennent un certain nombre d'approximations, et ont pour effet d'introduire des paramètres libres dans l'expression de la section efficace.

Il convient donc de rechercher les conditions expérimentales telles que :

- . Le diagramme d'échange d'un pion constitue la contribution dominante.
- . Ce terme puisse être isolé par rapport aux autres.

Ainsi que l'ont montré Akerlof et al. [11], ces deux conditions sont réalisées simultanément si le pion produit est détecté dans la direction du photon virtuel, soit pour $\theta = 0^\circ$.

I. CARACTERISTIQUES DE L'ELECTROPRODUCTION VERS L'AVANT.

1. Section efficace de photoproduction virtuelle

Pour $\theta = 0^\circ$, l'expression (II.45) de la section efficace de photoproduction

virtuelle se simplifie sensiblement. En effet les termes d'interférence provenant des différents états d'hélicité du photon $d\sigma_{TT}/d\Omega$ et $d\sigma_{TL}/d\Omega$, s'annulent puisqu'ils sont proportionnels respectivement à $\sin^2 \theta$ et $\sin \theta$.

La section efficace se décompose donc simplement en une contribution transversale $d\sigma_T/d\Omega$ et une contribution longitudinale $d\sigma_L/d\Omega$ telles que :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{d\sigma_T}{d\Omega} + \epsilon \frac{d\sigma_L}{d\Omega} \quad (\text{III.1})$$

2. Le pôle du pion.

Nous avons vu que l'amplitude relative au terme d'échange d'un pion comporte un pôle dans la région non physique pour $t = \mu^2$. L'énergie W et le quadrimoment q^2 étant fixés, ce pôle correspond à une valeur de l'angle θ tel que $\cos \theta$ est supérieur à 1. La valeur maximale de $1/(t - \mu^2)$, et donc de l'amplitude, est obtenue pour $\cos \theta = 1$, valeur physique la plus proche du pôle.

3. Le terme d'échange du pion

Nous allons montrer que, pour $\theta = 0^\circ$, le terme d'échange d'un pion ne peut contribuer qu'à la section efficace longitudinale.

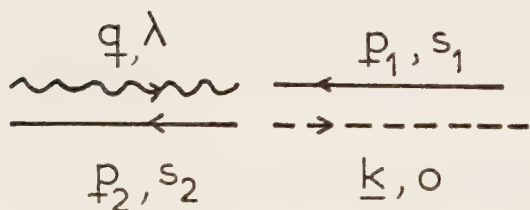


Fig. 12

Considérons le schéma de la figure 12, représentant le processus de photoproduction virtuelle vers l'avant.

Soient λ l'hélicité du photon, S_1 et S_2 les projections des spins des nucléons sur la direction de propagation commune à toutes les particules de la réaction.

La conservation de l'hélicité se

traduit par :

$$\lambda + S_1 = S_2 \quad (\text{III.2})$$

Pour les photons transversaux ($\lambda = \pm 1$), elle correspond aux deux configurations suivantes :

$$\lambda = +1, \quad S_1 = -\frac{1}{2}, \quad S_2 = +\frac{1}{2} \quad (\text{III.3})$$

$$\lambda = -1, \quad S_1 = +\frac{1}{2}, \quad S_2 = -\frac{1}{2}$$

Dans les deux cas il y a renversement du spin des nucléons. Pour des photons longitudinaux ($\lambda = 0$) on obtient :

$$\lambda = 0, \quad S_1 = \frac{1}{2}, \quad S_2 = \frac{1}{2} \quad (\text{III.4})$$

$$\lambda = 0, \quad S_1 = -\frac{1}{2}, \quad S_2 = -\frac{1}{2}$$

Il n'y a pas dans ce cas de renversement du spin des nucléons. Or, dans le terme d'échange du pion, il ne peut y avoir de renversement du spin des nucléons puisqu'ils sont couplés à un pion de spin nul.

4. Les termes isobariques.

Comme nous l'avons vu au chapitre précédent, les résultats d'électroproduction dans la région d'énergie de l'isobare Δ_{33} montrent qu'en première approximation les seules contributions résonnantes au processus sont contenues dans l'amplitude dipolaire magnétique M_{1+} . La contribution résonnante du multipôle scalaire S_{1+} à la section efficace de photoproduction virtuelle ne dépasserait pas 10^{-2} . Cette valeur est très inférieure à la précision que nous espérons atteindre dans nos mesures. Nous pouvons donc négliger toute contribution résonnante à la section efficace longitudinale.

5. Les états intermédiaires à deux pions dans la voie t.

Considérons par exemple la contribution du terme d'échange du méson ρ à la section efficace longitudinale dans le cas de l'émission du pion vers l'avant. Au vertex photon-pion-méson ρ , les états de spin et les parités intrinsèques des trois particules sont les suivantes :

$$\begin{aligned} \cdot \text{ Photon longitudinal : } & |1\ 0\rangle \quad ; P_\gamma = -1 \\ \cdot \text{ Pion : } & |0\ 0\rangle \quad ; P_\pi = -1 \\ \cdot \text{ Méson } \rho : & |1\ 0\rangle \quad ; P_\rho = -1 \end{aligned}$$

Pour le méson ρ , en effet, la conservation de l'hélicité implique que la composante du spin suivant l'axe de quantification soit nulle. Le système initial photon-méson ρ est dans un état de moment angulaire orbital $|\ell_{\gamma\rho}\ 0\rangle$.

De la relation de conservation de la parité, nous pouvons déduire que le moment orbital $\ell_{\gamma\rho}$ doit être impair. En effet :

$$P = P_{\pi} = (-1)^{\ell_{\gamma\rho}} P_{\gamma} P_{\rho} \quad (\text{III.5})$$

La seule façon d'atteindre un état final $|00\rangle$ est de coupler l'état de moment angulaire orbital $|\ell_{\gamma\rho} 0\rangle$ à un état $|S_{\gamma\rho} 0\rangle$, construit à partir des états de spin du photon $|10\rangle$ et du méson ρ $|10\rangle$, et tel que $S_{\gamma\rho} = \ell_{\gamma\rho}$.

Puisque $S_{\gamma\rho}$ ne peut prendre que les valeurs 0, 1 ou 2 et que $\ell_{\gamma\rho}$ est impair, ceci n'est possible que si $S_{\gamma\rho} = 1$. Or le coefficient de Clebsch-Gordan $\langle 10 | 10 \rangle$ est nul.

Le terme d'échange du méson ρ , correspondant à deux pions dans un état de moment angulaire p , ne contribue pas à la section efficace longitudinale pour $\theta = 0^\circ$. Il est possible de montrer, par des raisonnements analogues, qu'il en est de même pour tous les états intermédiaires à deux pions, quel que soit leur état de moment angulaire : s , d etc.

6. Les états intermédiaires à trois pions dans la voie t

Nous remarquons immédiatement que le terme d'échange du méson ω ne participe pas au processus $\gamma + p \rightarrow \pi^+ + n$ pour une simple raison de conservation de la charge électrique.

Un argument simple permet de prédire que la contribution éventuelle d'autres états intermédiaires à trois pions est faible devant celle du terme d'échange d'un pion. Comme nous le verrons par la suite, la cinématique que nous avons adoptée nous conduit à explorer une région telle que : $-2\mu^2 < t < -\frac{\mu^2}{2}$. Nous avons représenté à la figure 13 la position relative de ce domaine par rapport aux singularités constituées par le pôle du pion à $t = \mu^2$ et les coupures à $t = 4\mu^2$ et $t = 9\mu^2$. Nous nous trouvons dans une région beaucoup plus proche du pôle que de la coupure à $t = 9\mu^2$.

Afin d'obtenir des informations plus quantitatives, certains auteurs [47] relient l'existence d'états intermédiaires à trois pions au fait que le pion virtuel échangé est en dehors de sa couche de masse. La méthode consiste à modifier le propagateur du pion pour tenir compte des états du continuum, et à introduire un facteur de renormalisation du couplage pion-nucléon.

Les effets obtenus sont négligeables dans tout le domaine de t qui nous intéresse.

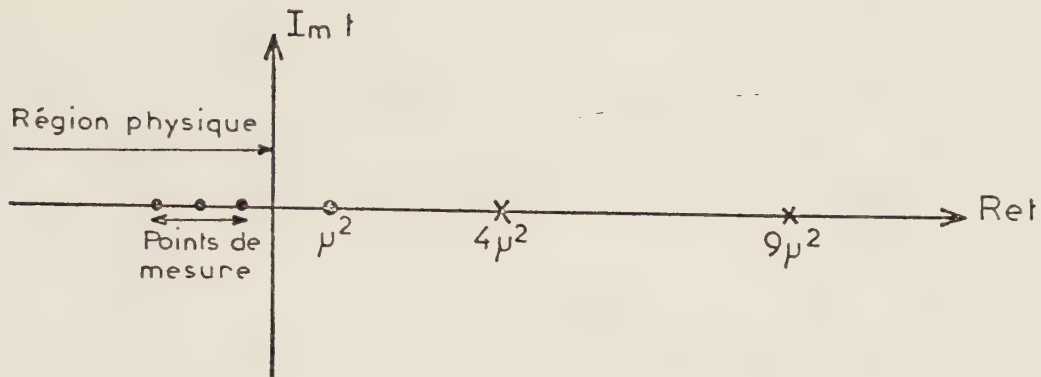


Fig. 13

7. Mesure de la section efficace longitudinale.

En conclusion, l'électroproduction vers l'avant correspond à une situation simple telle que :

. Jusqu'à un niveau de précision de l'ordre du pour-cent, la section efficace longitudinale peut être décrite à partir des termes de Born seuls, alors que les états intermédiaires à deux particules ou plus ne contribuent qu'à la section efficace transversale.

. Le terme d'échange du pion, qui ne participe qu'à la section efficace longitudinale, en constitue la contribution dominante en raison de la proximité du rôle du pion.

Pour déterminer le facteur de forme du pion, il convient donc de mesurer la section efficace longitudinale afin de réduire au minimum la dépendance vis-à-vis d'un modèle théorique.

Le principe consiste à étudier, pour une énergie W et un quadrimoment q^2 fixés, et pour $\theta = 0^\circ$, la variation de la section efficace de photoproduction virtuelle $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ en fonction du taux de polarisation ϵ . La section efficace longitudinale est donnée par la pente de la droite (III.1). Il suffit en fait de mesurer les sections efficaces $d\sigma_1/d\Omega$ et $d\sigma_2/d\Omega$ pour deux valeurs extrêmes, ϵ_1 et ϵ_2 , de ϵ :

$$\frac{d\sigma_L}{d\Omega} = \frac{1}{\epsilon_1 - \epsilon_2} \left(\frac{d\sigma_1}{d\Omega} - \frac{d\sigma_2}{d\Omega} \right) \quad (\text{III.6})$$

II. CHOIX DE LA CINEMATIQUE

Nous avons établi que l'angle de production du pion le plus favorable est $\theta = 0$. Il reste à choisir l'énergie W du système pion-nucléon dans le référentiel du centre de masse et le quadrimoment q^2 du photon virtuel.

1. L'énergie W

L'énergie maximale de l'Accélérateur Linéaire d'Electrons de Saclay ($E_{\text{max}} = 600 \text{ MeV}$) nous impose un domaine d'énergie restreint, compris entre le seuil de production d'un pion ($W = 1078 \text{ MeV}$) et la masse de la première résonance ($W = 1236 \text{ MeV}$). Des énergies plus élevées permettraient, q^2 étant fixé, de se rapprocher de la limite supérieure ($t = 0$) de la région physique de la voie t , et donc du pôle du pion à $t = \mu^2$. Inversement une augmentation de l'énergie reviendrait à s'éloigner du pôle du nucléon à $W^2 = M^2$. La contribution du terme d'échange du pion augmenterait tandis que celle des autres termes de Born diminuerait.

Cependant, à haute énergie se pose la question de la validité des hypothèses et des approximations que nous avons justifiées dans la région d'énergie de la première résonance, et en particulier de :

- . La prédominance de l'isobare Δ_{33} , et donc du multipôle M_{1+} , dans la partie résonnante du processus.

- . La description de la section efficace longitudinale à partir des termes de Born seuls.

Dans le domaine d'énergie que nous pouvons atteindre expérimentalement, le choix optimal de W correspondrait à un maximum du rapport de la section efficace longitudinale à la section efficace transversale. Les variations des sections efficaces de photoproduction virtuelle vers l'avant en fonction de l'énergie W , et pour trois valeurs du quadrimoment q^2 , sont représentées à la figure 14.

La section efficace transversale est calculée à l'aide du modèle isobarique de Cochard [17]. Les contributions prises en compte sont les suivantes :

- . Les termes de Born correspondant à l'échange d'un nucléon.
- . Les termes isobariques correspondant à l'échange du Δ_{33} .
- . Les termes d'interférence entre ces différentes amplitudes.

La section efficace longitudinale ne tient compte que des termes de Born. Dans ce calcul, le facteur de forme du pion $F_{\pi}(q^2)$ est pris égal à

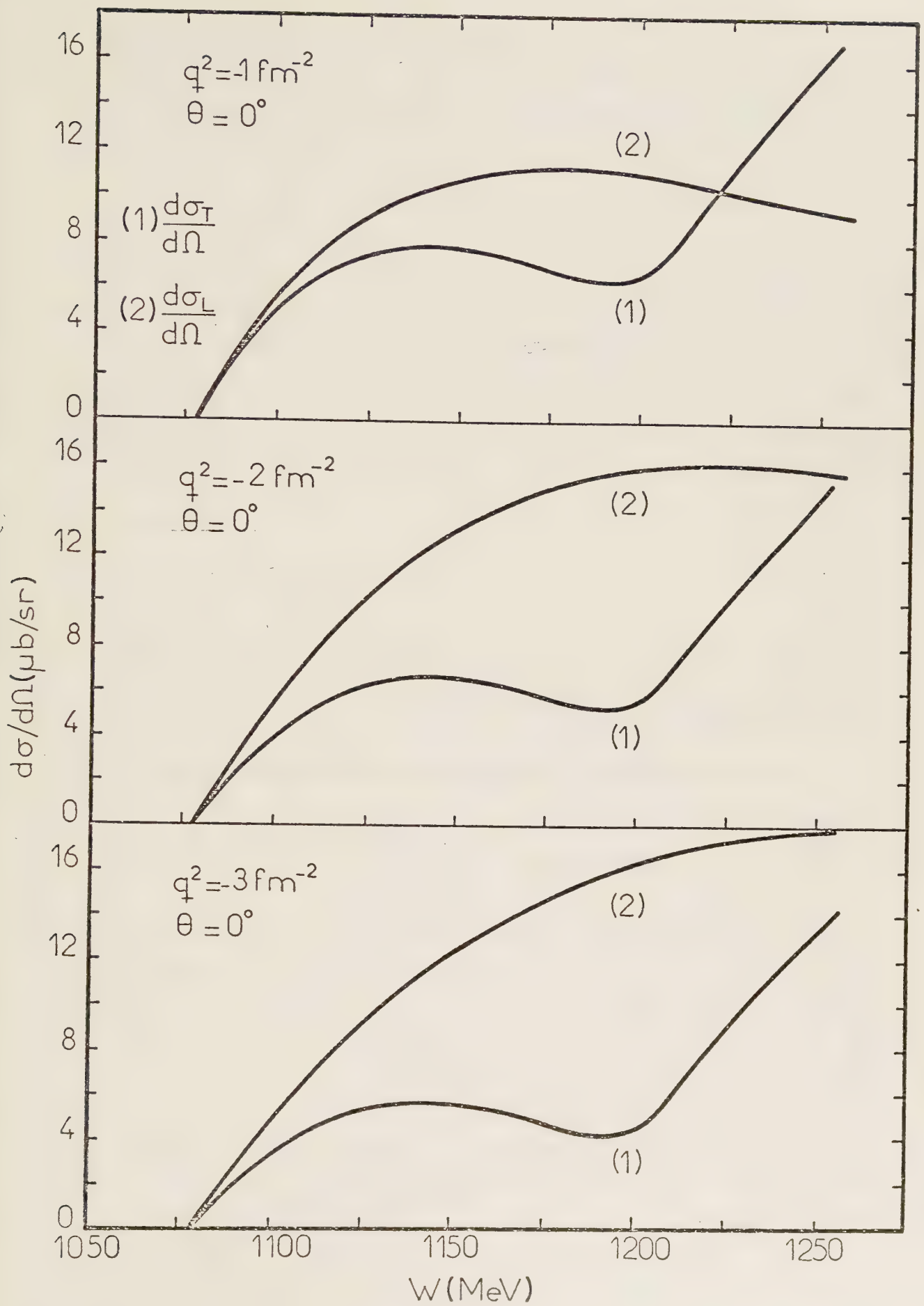


Fig. 14

$F_1^V(q^2)$. Les facteurs de forme des nucléons sont ceux utilisés par Cochard. Le facteur de forme électrique du proton suit la loi dipolaire (I.9) ainsi que les facteurs de forme magnétiques du proton et du neutron, normalisés à μ_p et μ_n . Le facteur de forme électrique du neutron est pris égal à zéro. Il ne s'agit là que d'hypothèses de travail, assez réalistes pour obtenir la loi de variation des sections efficaces en fonction de W .

Il est clair, d'après la figure 14, que l'énergie W la plus favorable se situe légèrement en dessous de 1200 MeV. Nous avons décidé de travailler à $W = 1175$ MeV. Ce choix rejoint celui de Akerlof et al. [11] basé sur les prédictions théoriques de Zagury [22].

Nous avons également représenté à la figure 15, pour $W = 1175$ MeV et pour une valeur du quadrimoment $q^2 = -3 \text{ fm}^{-2}$, la variation de la section efficace longitudinale en fonction de l'angle θ pour les trois hypothèses suivantes :

$$F_\pi(q^2) = 1$$

$$F_\pi(q^2) = F_1^V(q^2)$$

$$F_\pi(q^2) = 0$$

Le résultat illustre parfaitement la sensibilité de la section efficace longitudinale au facteur de forme du pion, ainsi que les raisons qui nous ont conduit à détecter les pions vers l'avant.

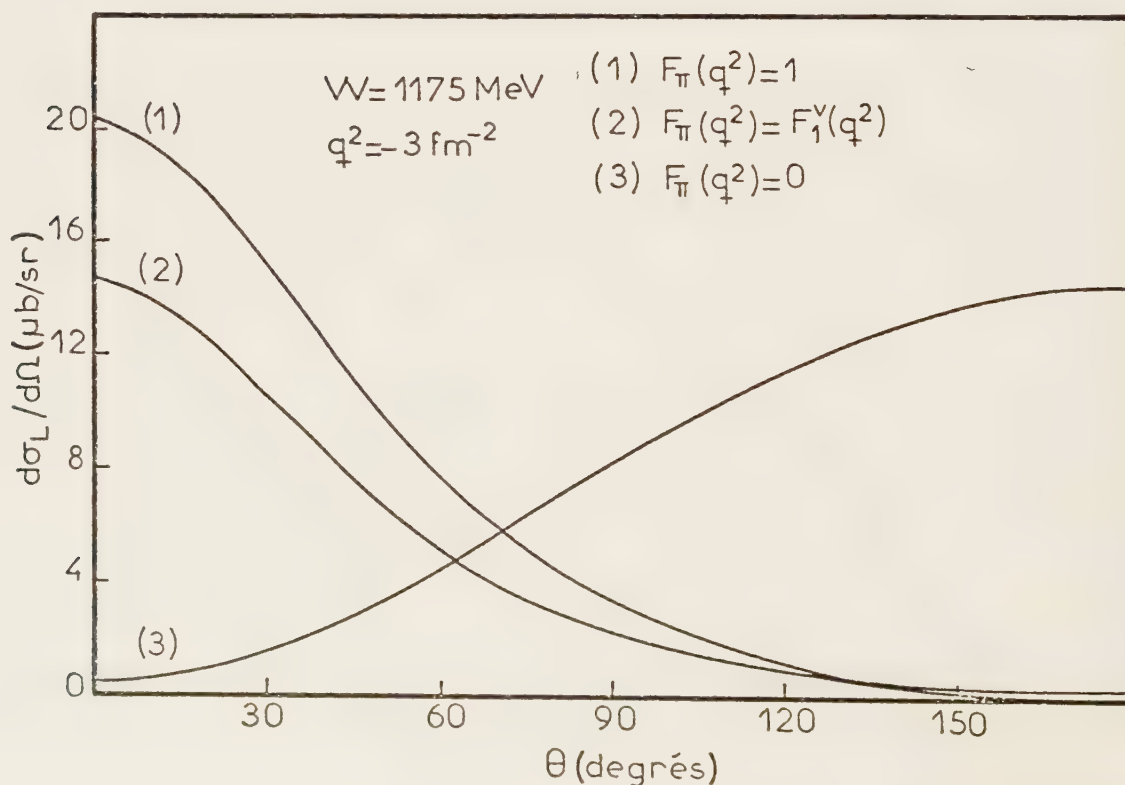


Fig. 15

2. Le quadrimoment q^2

Nous avons choisi de nous limiter aux trois valeurs suivantes du quadrimoment du photon virtuel :

$$q^2 = -1, -2 \text{ et } -3 \text{ fm}^{-2}.$$

Nous verrons par la suite que ce choix constitue le meilleur compromis possible entre les contraintes expérimentales qui nous sont imposées (énergie maximale de l'accélérateur, contraintes géométriques sur le système de détection) et la nécessité de disposer d'un bras de levier $\varepsilon_1 - \varepsilon_2$ acceptable.

Bien que le facteur de forme du pion diffère assez peu de l'unité pour d'aussi faibles valeurs du quadrimoment, nous rappelons cependant que c'est dans cette région de q^2 que $F_\pi(q^2)$ est le plus sensible au rayon électromagnétique du pion r_π .

III DETERMINATION DU FACTEUR DE FORME DU PION.

1. Principe

Dans les conditions cinématiques que nous venons de définir, et suivant l'approximation selon laquelle seuls les termes de Born contribuent à la section efficace longitudinale, cette dernière se décompose en :

$$\frac{d\sigma_L}{d\Omega} = c_1 F_\pi^2(q^2) + c_2 F_\pi(q^2) + c_3 \quad (\text{III.7})$$

$c_1 F_\pi^2(q^2)$ représente la contribution du terme d'échange d'un pion.

c_3 correspond aux termes d'échange d'un nucléon.

$c_2 F_\pi(q^2)$ est le terme d'interférence entre les deux contributions précédentes. Les coefficients c_1 , c_2 et c_3 peuvent se calculer aisément à partir des expressions (B.15) des amplitudes invariantes pour les termes de Born, des relations de passage (II.60) des amplitudes invariantes aux amplitudes barycentriques, et de l'expression (II.62) de la section efficace longitudinale en fonction des amplitudes barycentriques. Les amplitudes relatives aux termes de Born étant réelles, cette dernière relation devient simplement pour $\theta = 0^\circ$:

$$\frac{d\sigma_L}{d\Omega} = - \frac{W}{M} \frac{k}{q_0^*} \frac{q^2}{2} (F_5 + F_6)^2 \quad (\text{III.8})$$

Pour les mêmes raisons, le terme d'interférence est maximal, ce qui se traduit par la relation suivante entre les coefficients c_1 , c_2 et c_3 :

$$c_2^2 = 4 c_1 c_3 \quad (\text{III.9})$$

Pour déterminer le facteur de forme du pion à partir d'une mesure de la section efficace longitudinale, il suffit donc de résoudre une équation du second degré du type (III.7).

Le tableau II permet de comparer les différentes contributions pour les trois points de mesure que nous avons choisis.

Tableau II

W (MeV)	q^2 (fm ⁻²)	$\frac{1}{t - \mu^2}$ (GeV ⁻²)	$\frac{1}{s - M^2}$ (GeV ⁻²)	$\frac{1}{u - M^2}$ (GeV ⁻²)	$c_1 F_\pi^2(q^2)$ ($\mu\text{b/sr}$)	$c_2 F_\pi(q^2)$ ($\mu\text{b/sr}$)	c_3 ($\mu\text{b/sr}$)
1175	- 1	30	2,0	2,0	9,9 (88 %)	1,3 (12 %)	0,04
1175	- 2	22	2,0	1,9	10,9 (73 %)	3,8 (25 %)	0,3 (2 %)
1175	- 3	16	2,0	1,8	9,8 (67 %)	4,4 (30 %)	0,5 (3 %)

Nous remarquons immédiatement que le terme d'échange d'un pion est beaucoup plus important que les termes d'échange d'un nucléon. La raison en est évidente si l'on compare numériquement les termes polaires qui interviennent dans les amplitudes $A_1^{IB}(s,u,t,q^2)$: d'une part $1/(t-\mu^2)$ pour l'échange d'un pion, d'autre part $1/(s-M^2)$ et $1/(u-M^2)$ pour l'échange d'un nucléon.

2. Validité de la méthode

En dehors des approximations décrites au début de ce chapitre, justifiées jusqu'à un niveau de précision de l'ordre du pour-cent, une telle détermination du facteur de forme du pion se heurte à trois difficultés.

. La première est liée à la précision avec laquelle sont connus les facteurs de forme des nucléons. Une revue de l'ensemble des résultats expérimentaux est effectuée dans l'appendice A.

La forme dipolaire (I.9) reproduit assez bien la variation des facteurs de forme du proton dans tout le domaine de q^2 étudié jusqu'à ce jour. Cependant les mesures les plus récentes [5], réalisées pour des quadrimoments q^2 comparables aux nôtres, s'écartent de cette loi de 5 % environ. Nous utiliserons plutôt ces derniers résultats, qui sont aussi les plus précis, dans l'analyse de nos sections efficaces expérimentales.

Une autre incertitude concerne le facteur de forme électrique du neutron, dont certaines expériences ont montré qu'il pouvait différer quelque peu de $G_{En}(q^2) = 0$. Notons cependant que le fait de prendre $G_{En}(q^2) = 0,1$ ne modifierait la section efficace longitudinale que de 1 % environ.

En définitive la connaissance des facteurs de forme des nucléons est suffisamment précise pour permettre de déterminer le facteur de forme du pion à quelques pour-cent près, d'autant plus qu'ils n'interviennent que dans les coefficients c_2 et c_3 , c'est-à-dire dans des termes dont la contribution à la section efficace longitudinale est au maximum de l'ordre de 30 %.

. La deuxième difficulté tient au fait que le pion échangé dans le diagramme "photoélectrique" n'est pas sur sa couche de masse.

Nous avons déjà cité des arguments théoriques prévoyant que de tels effets sont négligeables, mais il n'en existe pas de confirmation expérimentale. Pour les éliminer, il conviendrait d'effectuer des mesures à q^2 fixé et pour diverses valeurs de l'énergie W , c'est-à-dire du quadrimoment t du pion virtuel, puis d'extrapoler les résultats à $t = \mu^2$ [48].

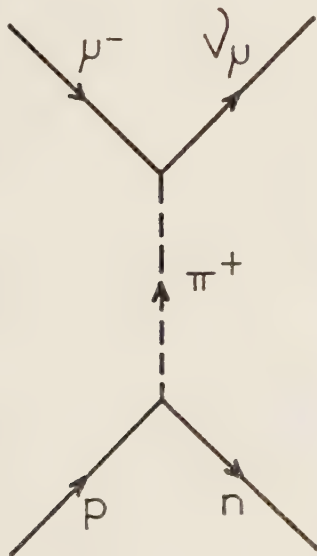


Fig. 16

Il est intéressant de noter qu'une situation analogue se retrouve dans le cas de la capture de muons sur le proton :

$$\mu^- + p \rightarrow \nu_\mu + n.$$

Une des contributions au processus est en effet représentée par l'interaction pseudoscalaire de la figure 16 [49]. Le carré du quadrimoment du pion échangé se trouve être égal à $t \approx -\frac{\mu^2}{2}$, ce qui correspond à l'un de nos points de mesure (pour $q^2 = -1 \text{ fm}^{-2}$).

Le taux de capture est généralement calculé [50] en supposant la prédominance de l'échange d'un pion, c'est-à-

dire en négligeant les contributions d'éventuels états intermédiaires à trois pions, et sans introduire de facteur de vertex afin de renormaliser le couplage pion-nucléon.

. La dernière difficulté, et la plus importante, concerne le calcul habituel des termes de Born. Le couplage pion-nucléon qui est généralement adopté, et que nous avons utilisé dans le calcul des amplitudes invariantes A_1^{IB} (appendice B), est de type pseudoscalaire. Dombey et Read [51] ont montré que cette hypothèse sur le couplage pion-nucléon est incompatible avec les théorèmes de basse énergie de l'algèbre des courants et les contraintes de PCAC ("Partially Conserved Axial-Vector Current") sur les amplitudes d'électroproduction au seuil.

Toujours d'après Dombey et Read ces difficultés sont aplanies à condition d'utiliser un couplage pion-nucléon de type pseudovectoriel, ce qui a pour effet d'introduire un paramètre supplémentaire, le facteur de forme axial du nucléon $F_A(q^2)$, dans l'expression de la section efficace de photoproduction virtuelle. Ceci n'affecte pas la possibilité d'extraire le facteur de forme du pion d'une expérience d'électroproduction. En particulier, les conditions optimales de la mesure que nous venons de déterminer ne sont pas modifiées. Par contre les valeurs expérimentales obtenues pour $F_\pi(q^2)$ peuvent différer suivant le type de couplage choisi.

C'est pourquoi nous reviendrons en détail sur ce point dans le chapitre consacré à l'interprétation de nos résultats.

Chapitre IV

LE DISPOSITIF EXPERIMENTAL

L'expérience décrite ici a été réalisée dans le hall expérimental "HE3" de l'Accélérateur Linéaire d'Electrons de Saclay.

Le faisceau d'électrons interagit sur une cible d'hydrogène liquide placée au centre d'un "carrousel" de trois spectromètres magnétiques. Deux d'entre eux, les aimants 400 et Zéro., détectent respectivement les électrons diffusés et les pions produits dans le processus d'électroproduction. Le troisième, l'aimant 700, permet une normalisation de l'expérience en détectant les électrons diffusés élastiquement sur l'hydrogène. Le tableau III résume les caractéristiques essentielles de ces spectromètres.

Notons que les aimants 400 et 700 ont été conçus pour la réalisation d'expériences de diffusion d'électrons sur les noyaux, alors que l'aimant Zéro a été construit spécialement pour cette expérience d'électroproduction afin de détecter les pions produits à petit angle par rapport au faisceau.

Un schéma général de l'appareillage, que nous décrivons en détail dans ce chapitre, est représenté à la figure 17.

I. LE FAISCEAU D'ELECTRONS

1. Caractéristiques

Il est intéressant de rappeler les caractéristiques principales de l'Accélérateur Linéaire de Saclay [52], d'autant que certaines d'entre elles nous imposent une limitation dans le choix de nos points de mesure.

Tableau III
Principales caractéristiques des aimants

Aimant	700	400	Zéro
Indice	0	0,5	0,5
Rayon de courbure moyen	1,35 m	1 m	1 m
Angle de déviation	90°	127°	63°
Distance objet	1,50 m	2 m	1,50 m
Distance cible-collimateurs	1,13 m	1,59 m	1,48 m
Distance focale radiale	1,215m	1 m	∞
Distance focale transverse	∞	1 m	∞
Inclinaison du plan focal	60°	30°	-
Longueur du plan focal	25 cm	25 cm	-
Dispersion	2,6 cm %	3,4 cm %	-
$\Delta P/P$ analysé	$\pm 4,6 \%$	$\pm 3,75 \%$	$\pm 5,2 \%$
P_{max}	700 MeV/c	450 MeV/c	450 MeV/c
Angle solide (*)	2,25 msr	5,25 msr	4,9 msr
Ouverture angulaire radiale	± 53 mrd	± 60 mrd	± 44 mrd
Ouverture angulaire transverse	$\pm 10,6$ mrd	± 22 mrd	$\pm 27,5$ mrd

* Dans un premier temps, les angles solides des aimants 400 et Zéro étaient respectivement 3, 36 msr et 3.25 msr.

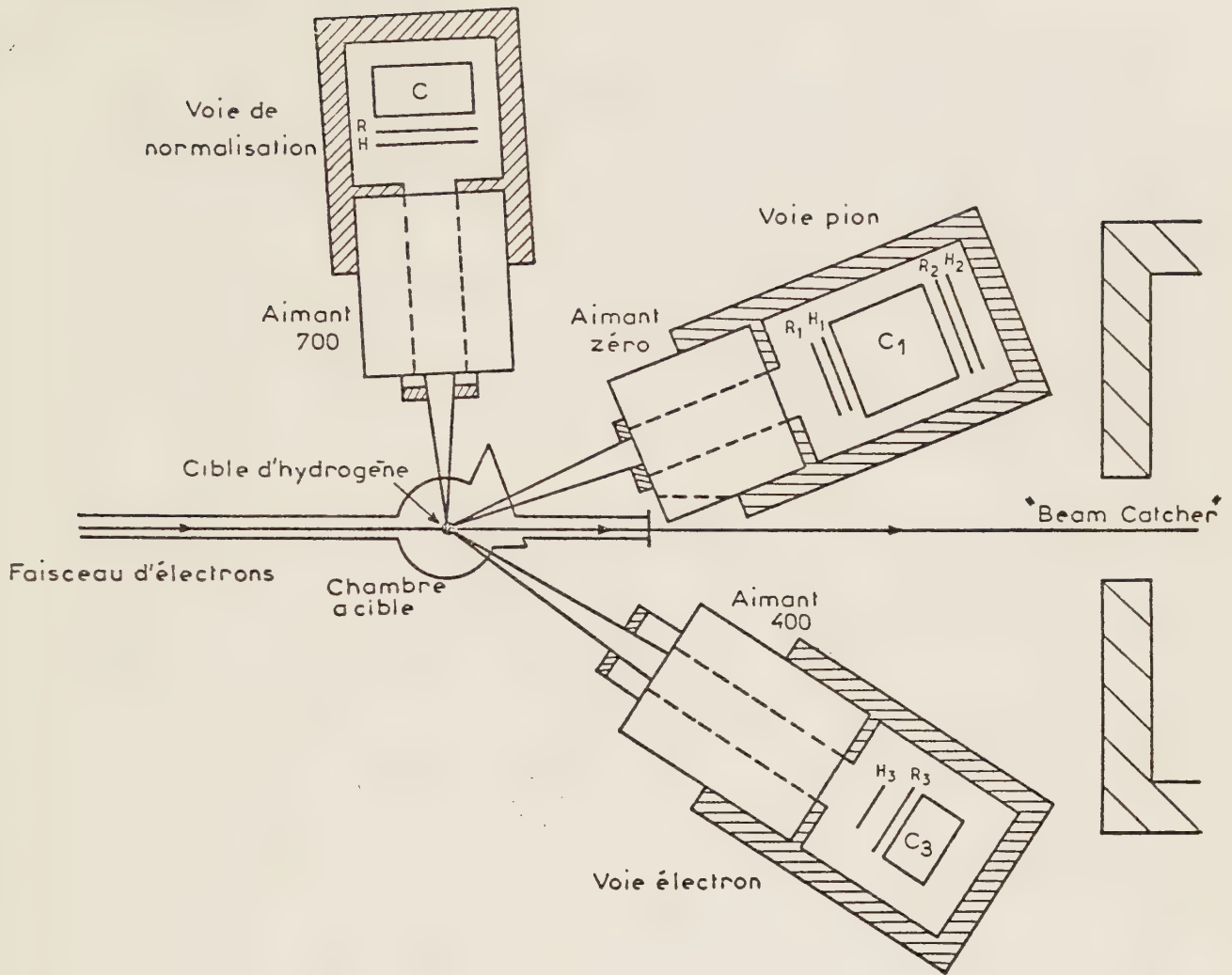


Fig. 17

Schéma général de l'appareillage

- . L'énergie du faisceau d'électrons peut être comprise entre $E_{\min} = 150$ MeV et $E_{\max} = 600$ MeV.
- . Les électrons sont distribués dans le temps à l'intérieur d'impulsions dont la durée peut varier de 10 μ s à 20 μ s.
- . La fréquence de répétition de ces impulsions est de 1000 Hz ou 2000 Hz.
- . Pour un cycle utile de 1 %, l'intensité moyenne peut atteindre 600 μ A.

2. Modes de fonctionnement

Comme nous l'avons vu au chapitre précédent, il s'agit de se placer, pour un quadrimoment q^2 donné, à deux valeurs du taux de polarisation ϵ aussi différentes que possible. Ceci nous conduit à deux modes de fonctionnement de l'accélérateur.

. Pour les grandes valeurs de ϵ la limite nous est imposée par l'énergie maximale fournie par l'accélérateur, $E_{\max} = 600$ MeV, ce qui correspond à $\epsilon = 0,6$ environ. Pour ces points de mesure le cycle utile est de 1 %, obtenu à partir d'impulsions de largeur 10 μ s et de fréquence de répétition 1000 Hz.

. L'angle minimal de détection des pions par rapport au faisceau (10°) d'une part, et l'angle maximal de détection des électrons (103°) d'autre part, ne nous permettent pas d'atteindre des valeurs de ϵ inférieures à 0,15. Dans ce cas l'énergie incidente est de l'ordre de 400 MeV. Cette valeur étant sensiblement inférieure à $E_{\max}$, il nous est possible d'utiliser un cycle utile de 2 %, soit en élargissant les impulsions du faisceau jusqu'à 20 μ s, soit en portant la fréquence à 2000 Hz.

3. Choix de l'intensité.

Nous avons optimisé l'intensité crête du faisceau d'électrons en fonction :

- . de la précision statistique espérée sur la mesure de la section efficace longitudinale.
- . du rapport entre le nombre de coïncidences vraies et le nombre de coïncidences fortuites entre la voie électron et la voie pion.
- . des taux de comptage enregistrés par les différents compteurs, en particulier dans la voie pion.

Pour les deux modes de fonctionnement, l'intensité crête la plus favorable est de l'ordre de $I_c = 0,3$ mA, ce qui correspond à des intensités moyennes $I_m \approx 3 \mu$ A pour les grandes valeurs de ϵ et $I_m \approx 6 \mu$ A pour les faibles valeurs de ϵ . Dans ces conditions, les taux de comptage sont respectivement de 40 événements et 5 événements par heure environ, alors que le rapport signal/bruit reste de l'ordre de 0,5. Pour avoir des valeurs plus précises de l'intensité crête, du cycle utile, et des différents taux de comptage enregistrés, il est possible de se reporter au tableau V du chapitre V.

4. Résolution en énergie

Des fentes d'analyse réglables permettent d'obtenir une résolution en énergie $\Delta E/E$ du faisceau incident variant entre 2×10^{-3} et 10^{-2} . Cependant, en dessous de 5×10^{-3} , les pertes d'intensité au niveau des fentes d'analyse augmentent rapidement, tandis que le cycle utile se détériore. C'est pourquoi cette dernière valeur de la résolution, $\Delta E/E = 5 \times 10^{-3}$, a finalement été choisie pour l'ensemble des points de mesure.

Dans ces conditions, la section droite du faisceau, focalisé sur la cible, a typiquement la forme d'une ellipse de dimensions 5 mm $\times$ 2 mm environ.

II. LA CIBLE D'HYDROGENE

1. Principe de fonctionnement

L'hydrogène liquide est contenu dans un cylindre d'aluminium de 3 cm de diamètre, et de parois de 0,1 mm d'épaisseur.

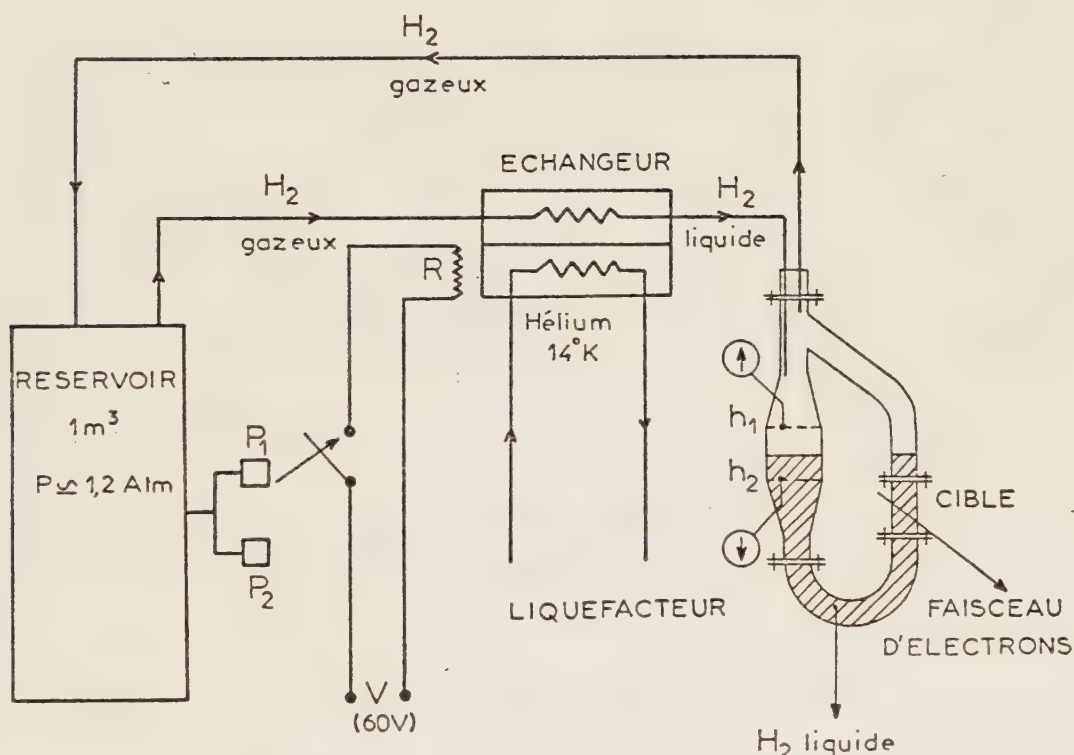


Fig. 18

Principe de la cible d'hydrogène liquide

L'hydrogène, qui se vaporise sous l'effet d'échanges de chaleur avec le milieu extérieur, est régénéré en permanence suivant le principe représenté à la figure 18. Un liquéfacteur, fonctionnant suivant le cycle de Stirling, est utilisé à cet effet. Sa puissance de 50 kW peut permettre de liquéfier jusqu'à 11 l. d'hydrogène par heure. Le cycle de fonctionnement de l'ensemble cible-liquéfacteur est le suivant.:

L'hydrogène gazeux, initialement contenu dans un réservoir à une pression $P \approx 1,2$ Atm, est liquéfié au contact du dernier étage du liquéfacteur constitué d'hélium à la température de 14° K. La liquéfaction est interrompue grâce à la résistance chauffante R lorsque le niveau haut h_1 est atteint dans la cible c'est-à-dire lorsque la pression d'hydrogène dans le réservoir est $P_1 \approx 0,2$ Atm. Lorsque l'hydrogène de la cible redescend en dessous du niveau bas h_2 , ce qui correspond à une pression $P_2 \approx 0,3$ Atm dans le réservoir, le chauffage de la tête du liquéfacteur est interrompu, et la liquéfaction reprend jusqu'à ce que le niveau haut h_1 soit atteint.

2. La chambre à cible.

La cible se trouve au centre d'une chambre à vide cylindrique de 70 cm de diamètre. Cette dernière comporte des fenêtres de mylar de 1,9 mm d'épaisseur, correspondant aux domaines angulaires de détection de chacun des trois spectromètres. Cependant, comme le montre la figure 19, elle a dû être modifiée vers l'avant afin de permettre la détection de pions à petit angle tout en conservant un tube de sortie du faisceau de diamètre suffisant (9 cm). Cette valeur a été choisie de telle sorte que le tube de sortie n'intercepte pas le flux très important d'électrons diffusés et de photons de rayonnement de freinage émis à de très petits angles dans la cible d'hydrogène.

Si cette condition n'est pas réalisée, une source de bruit de fond importante est créée le long du tube de sortie, en particulier à proximité de l'entrée de l'aimant détectant les pions.

3. Mesure de l'épaisseur effective de la cible

Une deuxième difficulté relative à la cible consiste à connaître à chaque instant la quantité d'hydrogène liquide qu'elle contient. Le passage du faisceau s'accompagne en effet de la vaporisation d'une partie de l'hydrogène, donc de la formation

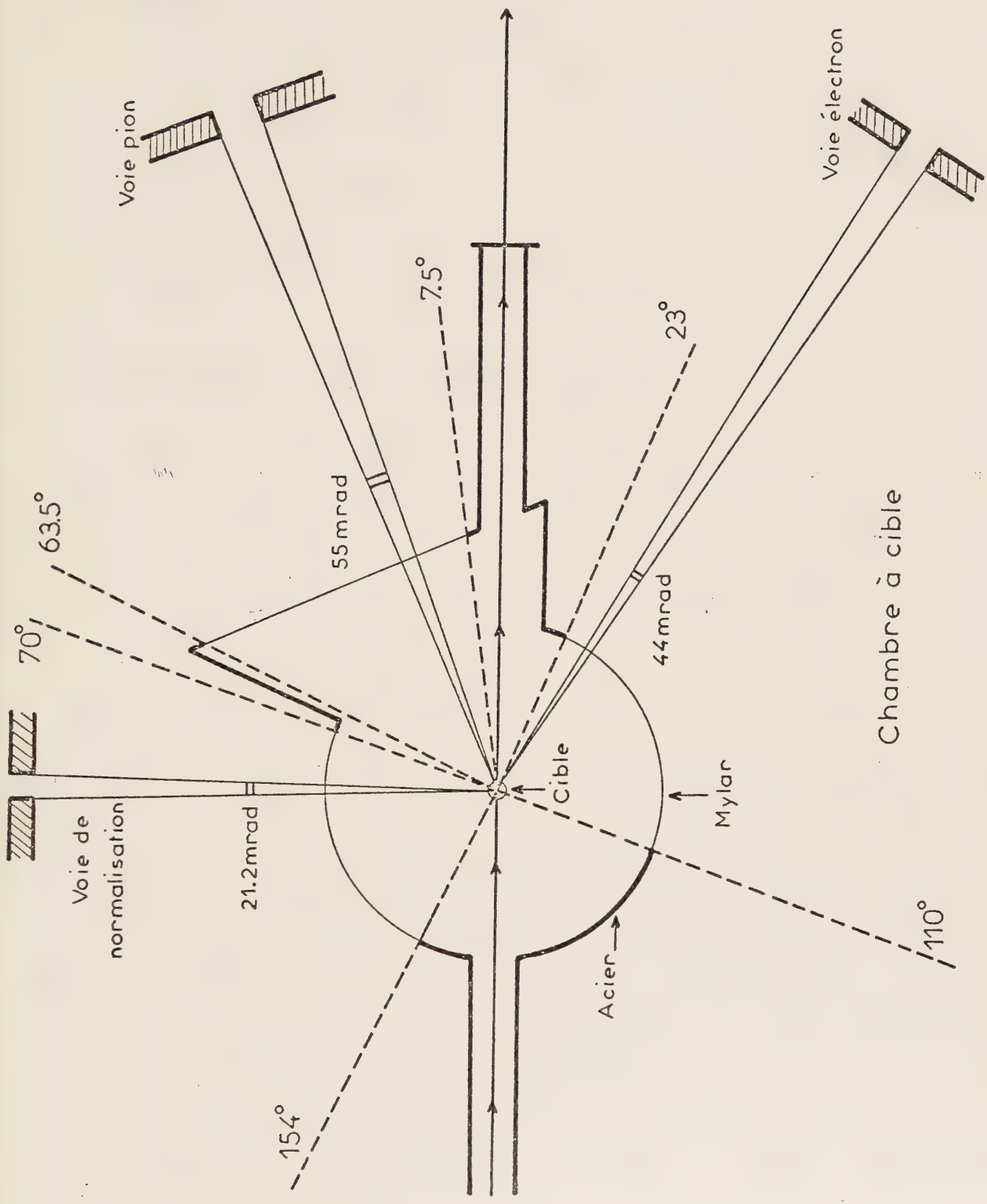


Fig. 19

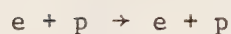
de bulles d'hydrogène gazeux dont la quantité dépend en partie de l'intensité instantanée du faisceau et du fonctionnement du liquéfacteur. L'épaisseur effective de la cible ne peut donc s'obtenir simplement à partir du produit de son épaisseur géométrique par la densité de l'hydrogène liquide.

Le problème est résolu si nous mesurons en permanence le taux d'électrons de diffusion élastique à un angle donné. Cette mesure nous permet en fait de connaître à chaque instant le produit de l'intensité du faisceau par l'épaisseur effective de la cible. Elle constitue donc une normalisation de l'expérience, à condition de connaître la section efficace de diffusion élastique d'électrons, l'angle solide et l'efficacité de détection du spectromètre utilisé à cet effet.

Ce point est très important. Nous verrons en effet que la variation relative de l'épaisseur effective de la cible d'hydrogène peut atteindre 15 % suivant la valeur de l'intensité du faisceau d'électrons (se reporter à la figure 37 du chapitre VI).

III. NORMALISATION PAR LA DIFFUSION ELASTIQUE : L'AIMANT 700

Les électrons diffusés sur l'hydrogène dans le processus élastique :



sont détectés par un spectromètre à focalisation, l'aimant 700, placé à 90° par rapport au faisceau d'électrons. La figure 20 montre l'ensemble des détecteurs qui équipent cet aimant.

Il s'agit successivement de :

- . Un hodoscope H de 32 scintillateurs disposés le long du plan focal, qui mesure l'énergie des électrons diffusés. Les scintillateurs, de 7,5 mm de largeur chacun, sont en fait regroupés deux par deux. Compte tenu de la dispersion de l'aimant, chacune des 16 voies représente une largeur $\delta E'/E' = 0,8\%$.
- . Un scintillateur R couvrant la totalité du plan focal.
- . Un compteur Čerenkov C en plexiglass, qui permet de discriminer les électrons du bruit de fond de basse énergie.

Un électron détecté se caractérise alors par la triple coïncidence (H, R, C).

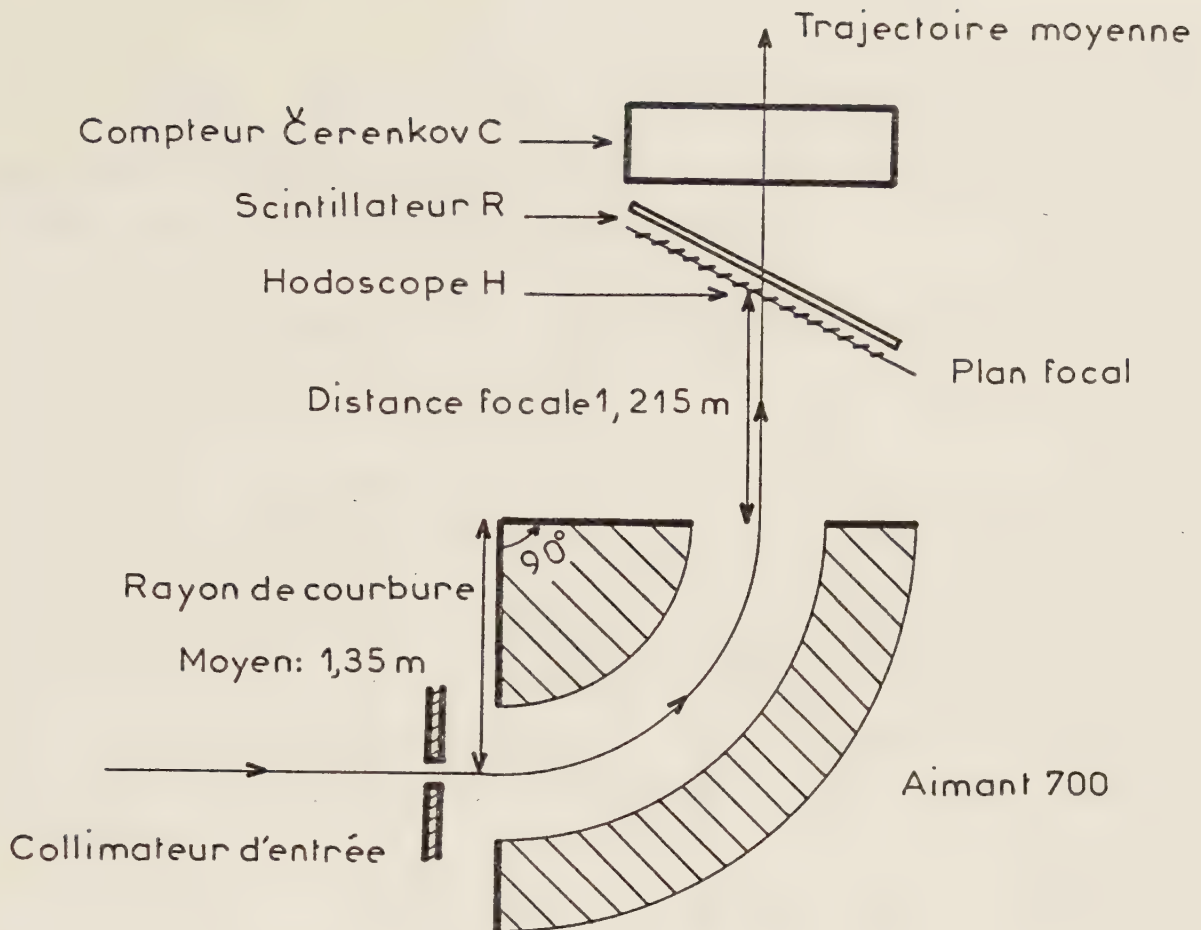


Fig. 20

Voie de normalisation

IV. LA VOIE ELECTRON : L'AIMANT 400

Les électrons diffusés dans le processus d'électroproduction sont détectés par un spectromètre à double focalisation, l'aimant 400. Ainsi que l'indique la figure 21, il est équipé de détecteurs semblables à ceux de l'aimant 700.

. L'analyse en énergie des électrons est assurée par un hodoscope de scintillateurs H_3 , placé le long du plan focal. Il comporte 16 voies de 1,5 cm de largeur chacune, ce qui correspond à une résolution en énergie $\delta E'/E' \approx 0,46 \%$.

. Un scintillateur R_3 est placé dans un plan parallèle à la face de sortie de l'aimant, et non plus dans le plan focal: en effet ce compteur doit fournir une information en temps sur le passage des électrons. Il faut donc éviter de détecter des électrons dont la longueur de la trajectoire varie avec la quantité de mouvement, ce qui se traduirait par des variations sur la mesure de temps supérieures à la résolution attendue $\delta t \sim 1 \text{ ns}$.

. Les électrons sont identifiés grâce à un compteur Čerenkov en plexiglass C_3 . De même que dans l'aimant 700, un électron détecté se caractérise par la triple coïncidence (H_3, R_3, C_3).

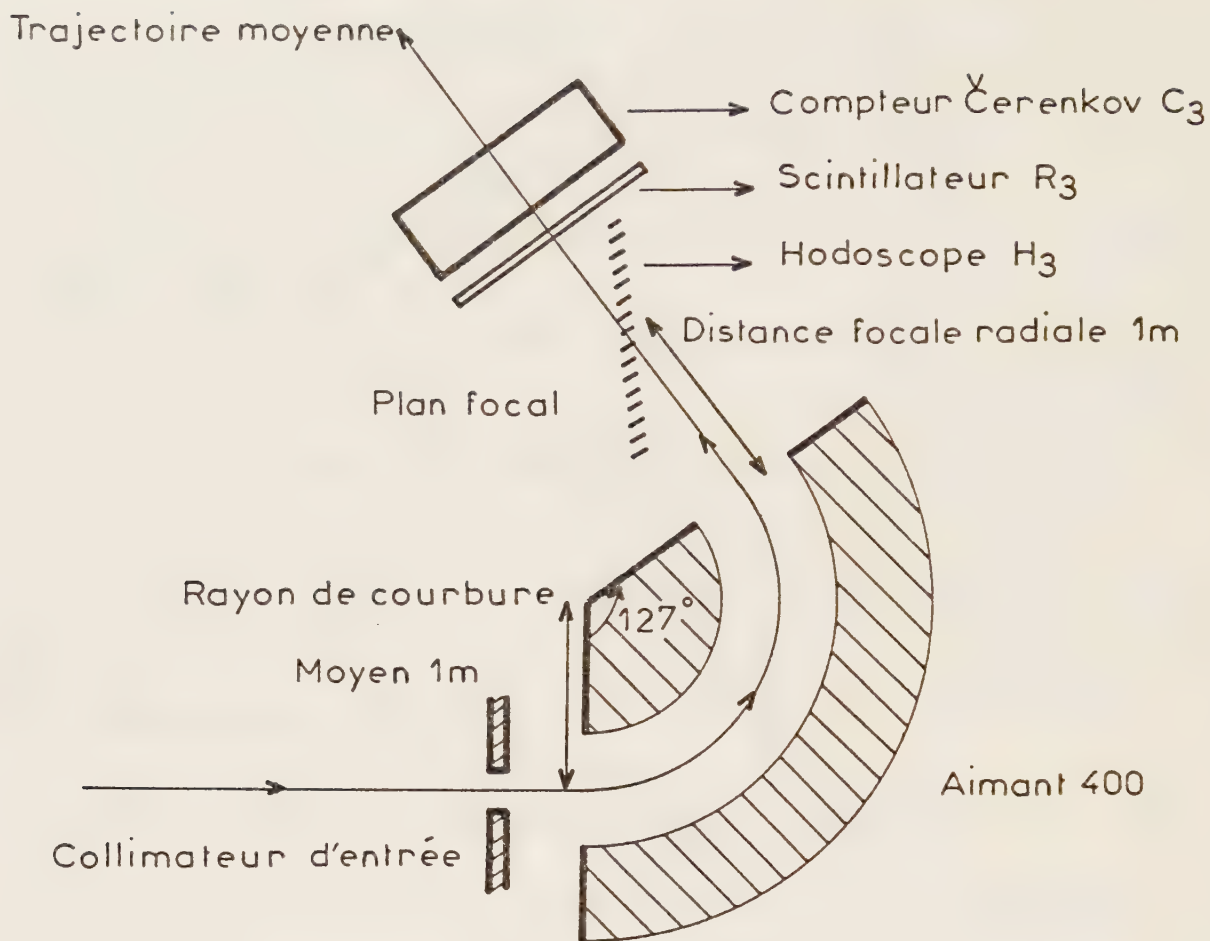


Fig. 21

Voie Electron

V. LA VOIE PION : L'AIMANT ZERO

Ainsi que l'indique le tableau III, l'aimant zéro est d'une conception quelque peu différente de celle des aimants 400 et 700. Il a été réalisé afin de pouvoir être placé à petit angle par rapport au faisceau. Cet avantage s'accompagne malheureusement de la présence d'un bruit de fond important au niveau des détecteurs. D'autre part l'aimant n'est pas focalisant, ou plus exactement sa distance focale est infinie. La quantité de mouvement d'une particule est donnée par l'angle de sa trajectoire à la sortie de l'aimant par rapport à la trajectoire centrale pour laquelle $\delta P/P = 0$. La relation de proportionnalité entre cet angle et la quantité de mouvement est établie à partir des matrices de transfert au premier ordre de l'aimant zéro (appendice D).

Le système de détection des pions, représenté à la figure 22, est réalisé en fonction de ces deux contraintes. Il comporte :

. Deux hodoscopes de scintillateurs H_1 et H_2 distants de 1,35 m. H_1 est constitué de 19 compteurs de 1,5 cm de largeur et H_2 de 14 compteurs de 3 cm de largeur. Ils assurent la mesure de l'angle d'une trajectoire et permettent de déterminer la quantité de mouvement avec une résolution de l'ordre de 10^{-2} .

. Deux scintillateurs R_1 et R_2 , accolés respectivement à H_1 et H_2 . Une mesure de temps de vol entre ces deux compteurs permet à la fois de séparer les pions des protons de même quantité de mouvement acceptés par l'aimant, et de rejeter une partie des coïncidences fortuites entre R_1 et R_2 .

. Un compteur Čerenkov à seuil C_1 . De longueur 1 m, il est rempli d'isobutane à une pression légèrement supérieure à la pression atmosphérique, de telle sorte que la diffusion multiple dans les fenêtres et dans le gaz soit réduite au minimum. Dans ces conditions, il ne détecte que les particules relativistes de vitesse $\beta > 0,9986$ avec une efficacité de 98 % environ. En anticoincidence dans la logique de détection des pions (H_1, H_2, R_1, R_2) $\bar{C}_1$, il assure la réjection des positrons rendue impossible par une mesure de temps de vol.

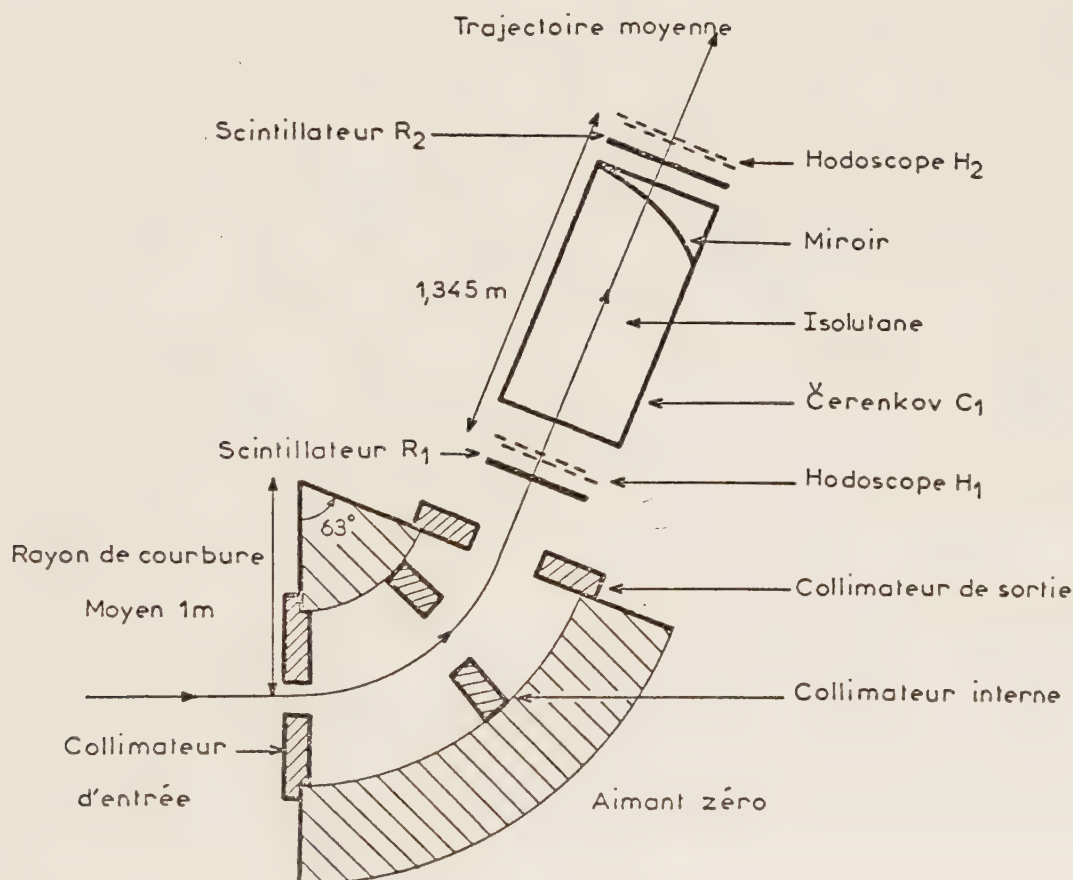


Fig. 22

Voie Pion

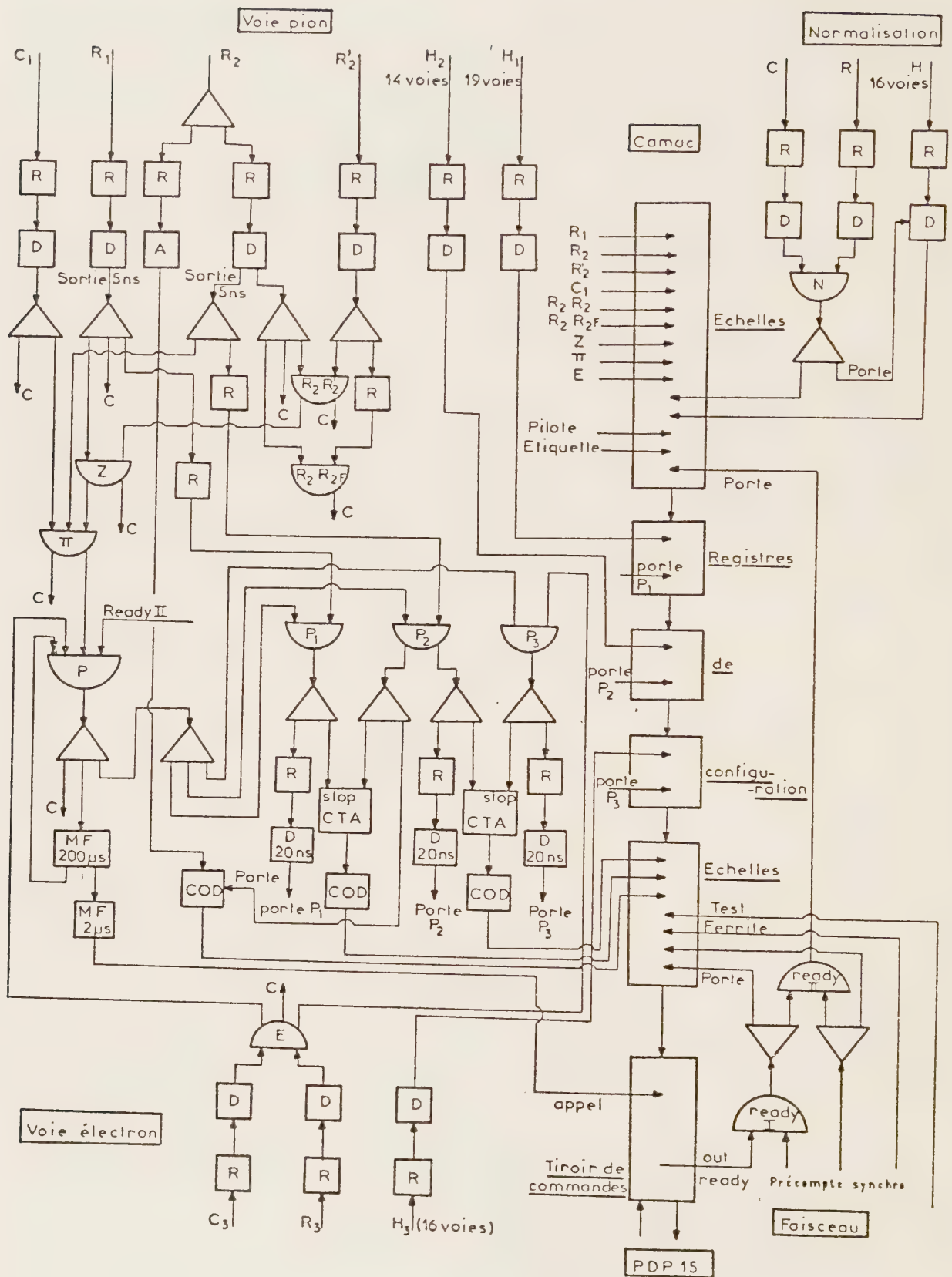


Fig. 23

Schéma général de l'électronique

VI. ELECTRONIQUE ET ACQUISITION DES DONNEES

Le dispositif électronique, dont le schéma général est représenté à la figure 23, se divise en trois parties essentielles :

- . L'électronique rapide permet la discrimination des signaux des différents compteurs et la réalisation de coïncidences successives jusqu'à l'obtention, pour chaque coïncidence entre la voie électron et la voie pion, d'un signal pilote qui déclenche la mesure puis l'enregistrement des différentes données nécessaires à l'analyse.
- . L'analyse et le codage de certains de ces signaux, conduisant à des mesures d'amplitude, de temps de vol et d'énergie.
- . Le système d'acquisition des données.

1. L'électronique rapide

Après discrimination, les impulsions électroniques des différents compteurs sont de deux types :

- . D'une part des signaux larges (environ 40 ns), correspondant à des seuils de discrimination élevés et mis en coïncidence afin de signer le passage d'une particule de nature donnée et d'éliminer le bruit de fond au maximum.
- . D'autre part des signaux étroits (de l'ordre de 5 ns), avec des seuils de discrimination faibles, et destinés à fournir une information en temps. La figure 24 montre la séquence de ces différentes impulsions dans le temps.

a. Voie électron

L'impulsion E signant le passage d'un électron est obtenue à partir de la coïncidence entre les signaux R_3 et C_3 , l'information en temps étant fournie par le signal étroit R_3 .

b. Voie pion

- . Une première coïncidence est réalisée entre les signaux R_2 et R'_2 , ce dernier étant en fait la somme des signaux individuels de l'hodoscope H_2 .
- . Une coïncidence retardée $(R_2, R'_2)_F$ nous permet d'obtenir le taux de coïncidences fortuites entre ces deux compteurs et d'en déduire une mesure du cycle utile.
- . Le signal (R_2, R'_2) et le signal étroit R_1 constituent la coïncidence Z qui caractérise une particule chargée acceptée par l'aimant zéro.

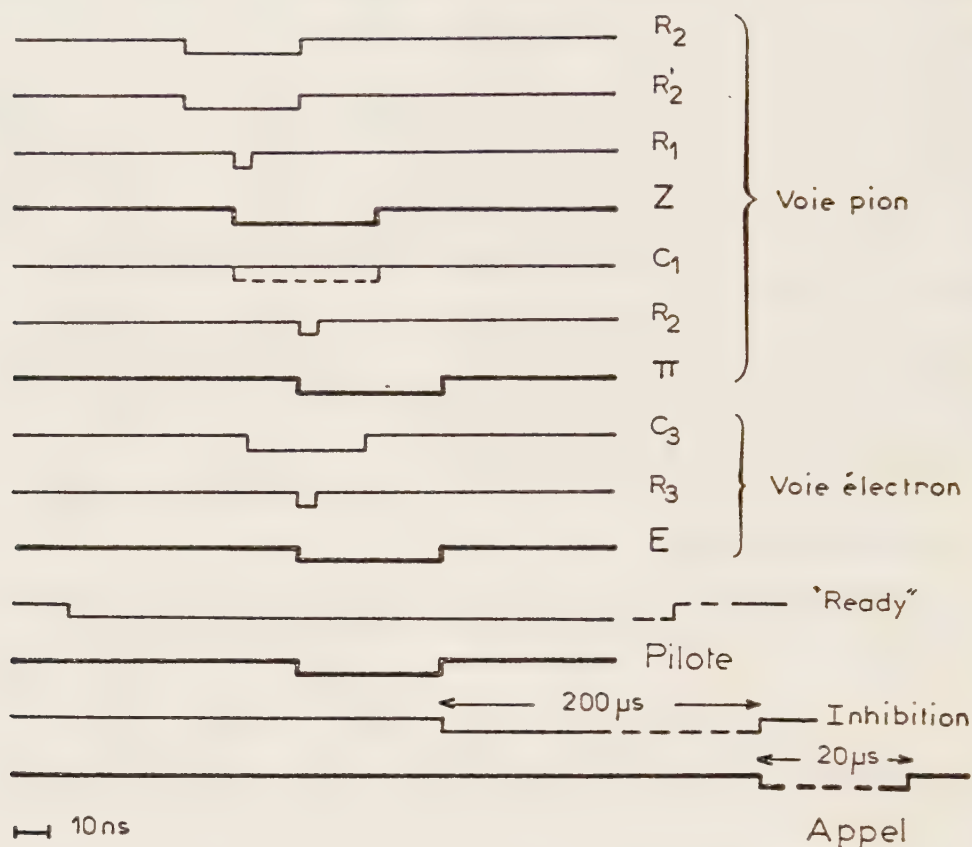


Fig. 24

Séquence en temps des principaux signaux

. L'impulsion π signant le passage d'un pion est obtenue à partir du signal Z et du signal du Čerenkov C_1 en anticoïncidence. L'information en temps est fournie par le signal rapide R_2 .

c. L'impulsion pilote.

L'impulsion pilote P est le résultat de la coïncidence entre les signaux E et π , mis en forme et allongés à 50 ns chacun, et d'un signal "Ready". Ce dernier permet de n'obtenir de coïncidences pilotes que pendant la durée de l'impulsion faisceau, et uniquement lorsque le système d'acquisition est prêt à enregistrer les données. Chaque impulsion pilote déclenche alors un signal d'inhibition qui bloque l'électronique pendant la durée nécessaire au codage et à l'enregistrement des informations.

d. Voie de normalisation

L'électronique rapide de la voie de normalisation est réalisée simultanément et indépendamment de la logique des voies électron et pion. La coïncidence N entre les signaux du scintillateur R et du Čerenkov C signe le passage d'un électron dans l'aimant 700. Le signal N est mis en coïncidence avec les signaux de chacun des scintillateurs de l'hodoscope H.

2. Le codage des informations.

a. Taux de comptage.

Les signaux des différents compteurs et coïncidences, y compris ceux de la voie de normalisation, sont enregistrés par des échelles de comptage entre chaque impulsion pilote.

Le signal pilote déclenche en outre les trois mesures suivantes :

b. L'amplitude du signal R_2

L'amplitude du signal analogique du compteur R_2 est analysée grâce à un codeur d'amplitude (convertisseur analogique-digital). Le codeur délivre un train d'impulsions de longueur proportionnelle à l'amplitude du signal analysé. Ce train d'impulsions est enregistré par une échelle de comptage.

c. Le temps de vol $R_1 - R_2$.

Un convertisseur temps-amplitude mesure le temps de vol d'une particule entre les compteurs R_1 et R_2 , ces deux signaux servant respectivement de départ et d'arrêt du convertisseur.

d. La distribution temporelle $E-\pi$.

Un deuxième convertisseur, déclenché par $R_2(\pi)$ et stoppé par $R_3(E)$, détermine la corrélation en temps éventuelle entre les signaux π et E. La gamme en temps (100 ns) correspondant à cette mesure est déterminée par la largeur (50 ns) des signaux π et E constituant la coïncidence pilote. Elle permet d'enregistrer un grand nombre de coïncidences fortuites, alors que les événements réels d'électroproduction sont situés à l'intérieur d'un intervalle de temps de l'ordre de 5 ns.

Les amplitudes des signaux délivrés par les convertisseurs sont analysées à l'aide de codeurs. Les trains d'impulsions ainsi obtenus sont enregistrés par des échelles de comptage.

e. Mesures d'énergie

Les informations sur l'énergie des pions et des électrons, fournies par les

hodosopes H_1 , H_2 et H_3 , sont recueillies et codées par des registres de configuration de la façon suivante :

Si le compteur i d'un hodoscope est touché au passage d'une particule, le contenu du registre de configuration est 2^i .

Des impulsions "porte" de largeur 20 ns sont appliquées aux registres correspondant à H_1 , H_2 et H_3 . Elles sont déclenchées respectivement par les signaux R_1 , R_2 et R_3 .

f. Mesure de l'intensité du faisceau

Nous disposons d'une mesure de l'intensité du faisceau grâce à une ferrite placée immédiatement avant la cible. Le signal F induit par le passage du faisceau à travers la ferrite est intégré puis converti en un train d'impulsions de longueur proportionnelle au courant ayant traversé la ferrite. Ce train d'impulsions est recueilli à chaque impulsion faisceau par une échelle de comptage.

Un courant d'intensité I_{test} , et dont la structure en temps simule celle du faisceau, circule dans un fil test traversant la ferrite. Le signal FT qui en résulte est traité, puis enregistré de façon identique au signal F . Dans ces conditions, l'intensité moyenne du faisceau pendant un comptage de durée t est reliée aux taux de comptage N_F et N_{FT} par :

$$I = \frac{N_F}{N_{FT}} I_{\text{test}} . \quad (\text{IV.1})$$

Le nombre d'impulsions faisceau étant enregistré pendant le comptage, nous pouvons déduire immédiatement le nombre d'électrons incidents pendant le temps t .

3. Le système d'acquisition des données.

a. Le système CAMAC.

Nous venons de voir que, pour chaque événement, les informations nécessaires à l'analyse sont enregistrées simultanément, soit sur des échelles de comptage, soit sur des registres de configuration. Chaque échelle ou registre fait partie d'un système d'acquisition modulaire CAMAC, qui sert de mémoire intermédiaire entre l'électronique et le calculateur PDP 15/30 chargé de stocker les données.

b. Séquence d'acquisition

Pour chaque événement, une fois le codage des informations terminé, un

ordre d'appel est transmis au calculateur. Le système CAMAC est alors inhibé par le calculateur qui vient lire séquentiellement les contenus de tous les modules. Ces derniers sont ensuite réinitialisés, à l'exception de l'échelle enregistrant le nombre de pilotes qui s'incrémente d'une unité à chaque événement. 42 informations sont lues à chaque fois, ce qui correspond à un temps mort d'environ 2 ms.

Un système d'étiquetage permet de diviser les prises de données en séquences de quelques heures au maximum, et d'effectuer un contrôle du fonctionnement de l'appareillage entre chaque séquence. Sont testés en particulier les taux de comptage des différents détecteurs, ainsi que la stabilité dans le temps des convertisseurs temps-amplitude et des codeurs d'amplitude. Sont également vérifiés des paramètres tels que les champs dans les aimants, la focalisation du faisceau sur la cible.

c. Le programme d'acquisition

Outre la lecture des données, le programme d'acquisition utilisé [53] effectue en ligne un premier traitement simplifié des données. Il élabore les spectres d'amplitude, de temps de vol et de configuration des hodoscopes. Ces spectres peuvent être visualisés à tout instant, ce qui permet un contrôle supplémentaire et immédiat du bon déroulement de l'expérience.

Enfin les données sont accumulées dans la mémoire du calculateur par blocs de 256 mots, soient 6 événements, puis transcrites sur une bande magnétique.

Le traitement de ces informations fait l'objet du chapitre suivant.

CHAPITRE V

ANALYSE EXPERIMENTALE

L'analyse des informations enregistrées sur bande magnétique doit conduire au nombre N d'événements d'électroproduction, ainsi qu'au nombre N' d'événements de normalisation. Après avoir rappelé le choix de nos points de mesure et les conditions expérimentales des prises de données, nous décrivons en détail la méthode utilisée pour le traitement de ces informations.

I. CINEMATIQUE

1. Contraintes cinématiques et choix des points de mesure

Nous avons déjà cité les limites du domaine cinématique à l'intérieur duquel nous devons effectuer les prises de données.

- . L'énergie maximale de l'accélérateur $E_{\max} = 600 \text{ MeV}$
- . L'angle minimal de détection des pions $\theta_{\min} = 10^\circ$
- . L'angle maximal de détection des électrons $\theta'_{\max} = 103^\circ$
- . L'angle minimal entre les aimants 400 et Zéro, soit 54° .

Ces contraintes sont représentées dans le plan (e, q^2) à la figure 25.

Nous avons également fait figurer les réseaux de courbes à énergie E constante par pas de 50 MeV, et à angle constant θ' par pas de 10° .

Le choix de nos points de mesure y apparaît très clairement puisqu'il

correspond pour une valeur donnée du quadrimoment q^2 , au bras de levier maximal pour le taux de polarisation ϵ du photon virtuel.

Remarquons que, pour deux des trois valeurs du quadrimoment, $q^2 = -2$ et -3 fm^{-2} , il existe un point de mesure correspondant à une valeur intermédiaire de ϵ : au moment des prises de données, la puissance fournie par l'accélérateur ne permettait pas d'obtenir une énergie E assez élevée pour atteindre la valeur maximale de ϵ . Cependant, comme nous le verrons par la suite, le fait de disposer de trois points de mesure peut permettre de tester la linéarité de la section efficace de photoproduction virtuelle mesurée en fonction de ϵ .

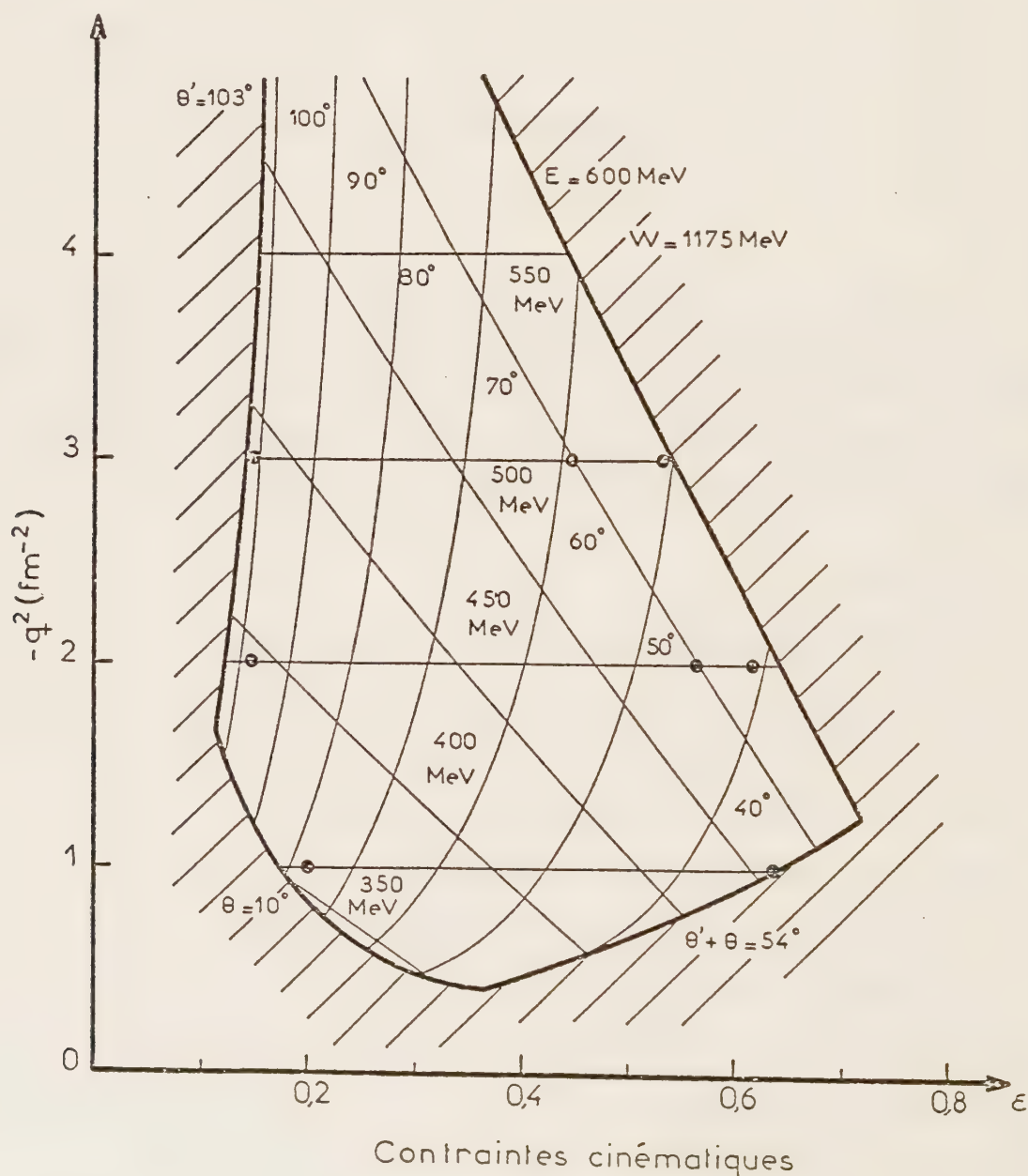


Fig. 25

Le tableau IV résume l'ensemble de la cinématique de nos points de mesure, y compris celle du processus de normalisation (angle et énergie de l'électron diffusé).

Tableau IV
Cinématique des points de mesure

Electroproduction $e + p \rightarrow e + \pi^+ + n$								
$g^2 (\text{fm}^{-2})$	-1	-1	-2	-2	-2	-3	-3	-3
ϵ	0,650	0,200	0,619	0,566	0,147	0,534	0,447	0,150
E (MeV)	522,0	357,1	582,2	549,0	395,0	595,0	548,0	440,3
E' (MeV)	234,6	69,7	274,1	240,9	86,9	266,1	219,1	111,4
k (MeV/c)	242,9	242,9	258,5	258,5	258,5	272,5	272,5	272,5
θ' (degrés)	32,7	77,4	40,9	45,1	97,7	50,9	59,1	101,0
θ (degrés)	21,4	11,3	25,6	24,2	11,9	25,8	23,4	13,3
J	2,03	2,03	2,30	2,30	2,30	2,56	2,56	2,56
$\Gamma (\text{GeV}^{-1} \text{sr}^{-1})$	3,250	0,618	1,563	1,280	0,326	0,810	0,610	0,251
a	2,55	1,73	2,68	2,52	1,79	2,60	2,39	1,89
b	-1,195	-0,379	-1,385	-1,228	-0,496	-1,367	-1,449	-0,653
c (rd^{-1})	-0,115	-0,0425	-0,224	-0,201	-0,073	-0,294	-0,246	-0,115
Normalisation $e + p \rightarrow e + p$								
E' (MeV)	335,4	258,7	351,7	339,4	274,9	356,4	339,0	294,3
θ' (degrés)	90	90	93,2	93,2	93,2	93,2	93,2	93,2

L'angle θ représente ici l'angle de détection du pion dans le système du laboratoire, mesuré par rapport à la direction de l'électron incident. L'angle de production du pion dans le système du centre de masse est bien entendu égal à zéro. De même la quantité de mouvement du pion k est mesurée dans le système du laboratoire.

Le tableau IV met en évidence l'origine des différences de taux de comptage selon les valeurs du taux de polarisation. Le flux de photons virtuels Γ décroît d'un facteur 4 lorsque ϵ passe de 0,6 à 0,15. De même, la largeur de l'acceptance en énergie de la voie électron $\Delta E'$, proportionnelle à E' , diminue d'un facteur 3. D'après les valeurs attendues des contributions transverses et longitudinales, la section efficace de photoproduction virtuelle $d\sigma/d\Omega$ décroît grossièrement d'un facteur 3/2. Bien que l'intensité moyenne du faisceau d'électrons soit doublée pour les points à faibles valeurs de ϵ , il faut s'attendre à une diminution d'un facteur 10 environ des taux de comptage par rapport aux points à forte valeur de ϵ .

2. Corrélation entre l'impulsion du pion et l'énergie de l'électron diffusé

Nous avons vu au chapitre II que la quantité de mouvement du pion k est parfaitement déterminée une fois fixées les énergies E et E' et les angles θ' , θ et ϕ . Cependant les électrons diffusés sont détectés à l'intérieur d'une acceptance en énergie $\Delta E'$ et d'une acceptance angulaire $\Delta\theta'$ finies. De même l'énergie E est connue à la résolution $\Delta E/E$ près du faisceau incident. Pour un événement donné, soient δE , $\delta E'$ et $\delta\theta'$ les écarts par rapport aux valeurs centrales E , E' et θ' des acceptances. L'impulsion du pion diffère alors de la valeur k d'une quantité δk telle que :

$$\frac{\delta k}{k} = a \frac{\delta E}{E} + b \frac{\delta E'}{E'} + c \delta\theta'. \quad (V.1)$$

Cette relation, valable au premier ordre, est établie dans l'appendice C, ainsi que les expressions permettant de calculer les coefficients a , b et c . Les valeurs de ces derniers, pour chaque point de mesure, sont indiquées dans le tableau IV. Nous montrons également dans l'appendice C que les termes analogues en $\delta\theta$ et $\delta\phi$ n'interviennent pas au premier ordre.

Dans le plan (E', k) les événements d'électroproduction doivent donc se situer le long d'une droite de pente b ainsi que le montre la figure 26. Plus exactement, ils sont distribués autour de cette droite dans une bande en impulsion dont la largeur est donnée par les termes $a \delta E/E + c \delta\theta'$. Dans le cas le plus défavorable, c'est-à-dire pour $\delta E/E = 5 \times 10^{-3}$

et $\delta\theta' = -2,5 \times 10^2$ rd, la largeur de cette distribution ne doit pas dépasser $\pm 2,5 \times 10^{-2}$.

Par contre les événements fortuits sont distribués au hasard dans le plan (E', k) puisqu'il n'existe pas dans ce cas de corrélation de type $(V, 1)$ entre E' et k .

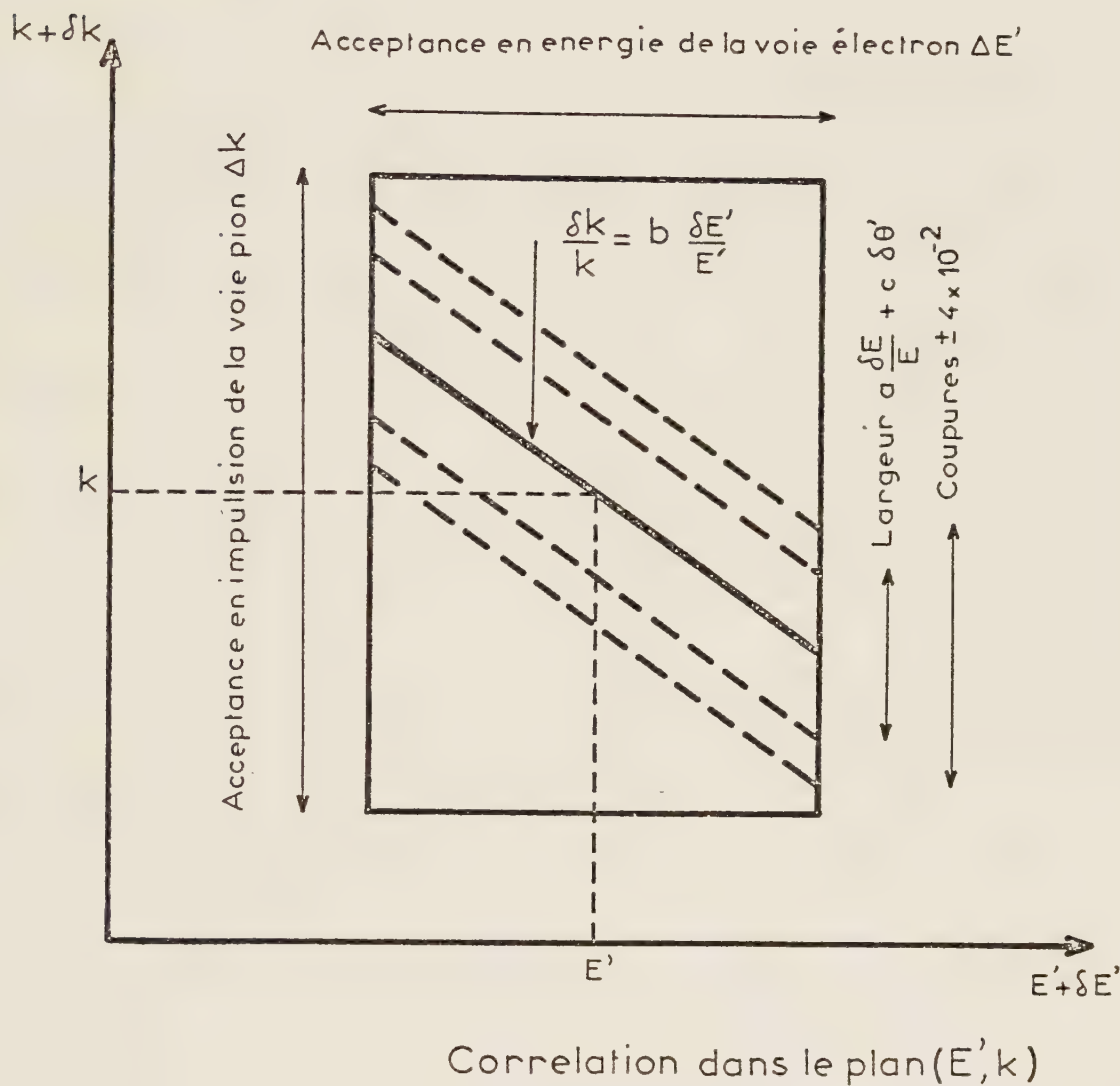


Fig. 26

L'information des hodoscopes H_1 , H_2 et H_3 nous permet en fait de déterminer pour chaque événement les quantités $\delta E'$ et δk . L'analyse doit

donc consister à reconstituer la carte des événements dans le plan (E', k) , puis à effectuer les coupures les plus étroites possibles autour de la droite de pente b . Ceci doit nous permettre d'éliminer un maximum d'événements faux sans perdre d'événements réels. Nous verrons que les coupures cinématiques optimales correspondent à $\pm 4 \times 10^{-2}$. L'écart entre cette valeur et la valeur calculée $\pm 2,5 \times 10^{-2}$ est dû à des effets de résolution des détecteurs utilisés.

II. ANALYSE PRELIMINAIRE

Les prises de données ont été réparties en trois périodes de deux semaines environ. Pour l'ensemble des points de mesure $8,3 \times 10^5$ événements pilotes ont été enregistrés, pendant une durée effective correspondant à $1,4 \times 10^9$ impulsions faisceau, soit environ 400 heures. Ces événements se répartissent de la façon suivante :

$$2,5 \times 10^5 \text{ pour } q^2 = -1 \text{ fm}^{-2}$$

$$2,5 \times 10^5 \text{ pour } q^2 = -2 \text{ fm}^{-2}$$

$$3,3 \times 10^5 \text{ pour } q^2 = -3 \text{ fm}^{-2}$$

soit encore

$$6,3 \times 10^5 \text{ pour les points à forte valeur de } \epsilon;$$

$$2,0 \times 10^5 \text{ pour les points à faible valeur de } \epsilon.$$

A raison de 42 mots par événement, ces données représentent un volume d'informations assez important.

Cependant, une première analyse, consistant en une simple lecture des bandes magnétiques, permet d'obtenir rapidement des informations sur les taux de comptage, la normalisation de l'expérience et d'établir une première classification des événements d'électroproduction.

1. Taux de comptage

Le tableau V donne un exemple de taux de comptage caractéristiques pour les points de mesure à $q^2 = -3 \text{ fm}^{-2}$. Il traduit en particulier la différence des conditions expérimentales entre les points à forte valeur de ϵ et les points à faible valeur de ϵ .

Tableau V

Exemples de taux de comptage

Point de mesure	$q(\text{fm}^{-2})$	-3	- 3
	ϵ	0,534	0,150
Faisceau	$I_{\text{moyen}} (\mu\text{A})$	2,7	6,1
	Fréquence (Hz)	10^3	10^3
	$\tau (\mu\text{s})$	5,6	11,3
Voie pion	$R_1 (\text{s}^{-1})$	$1,1 \times 10^6$	$2,3 \times 10^6$
	$R_2 (\text{s}^{-1})$	$0,7 \times 10^6$	$1,6 \times 10^6$
	$H_1 (\text{s}^{-1})$	$1,5 \times 10^6$	$2,1 \times 10^6$
	$H_2 (\text{s}^{-1})$	$0,8 \times 10^6$	$1,8 \times 10^6$
	$C_1 (\text{s}^{-1})$	$1,9 \times 10^5$	$6,8 \times 10^5$
	$Z (\text{s}^{-1})$	$0,7 \times 10^5$	$1,2 \times 10^5$
	$\pi (\text{s}^{-1})$	$0,5 \times 10^5$	$0,9 \times 10^5$
Voie électron	$E (\text{s}^{-1})$	$2,5 \times 10^4$	$4,0 \times 10^3$
Normalisation	$N (\text{s}^{-1})$	$5,4 \times 10^3$	$1,4 \times 10^4$
Taux moyen d'événements pilotes		3750/h	775/h
Taux moyen d'événements d'électroproduction		30/h	4,5/h

Un paramètre très important, la durée τ de l'impulsion faisceau, est mesuré à ce stade de l'analyse. Nous avons vu que le taux N_F de coïncidences fortuites $(R_2, R'_2)_F$ est enregistré en permanence. Si τ_2 est la largeur de la coïncidence entre les compteurs R_2 et R'_2 , τ est donné par la relation :

$$\tau = \frac{N_2 N'_2}{N_F} \tau_2. \quad (\text{V.2})$$

Cette mesure est ensuite utilisée pour calculer le taux d'occupation des différents compteurs et déduire les pertes de comptage qui en résultent. Elles

proviennent essentiellement du taux d'occupation du compteur Čerenkov C_1 . Si N_1 est le taux de comptage du Čerenkov par impulsion faisceau et τ_1 la largeur du signal électronique délivré par ce compteur, le taux d'occupation est alors :

$$\delta_T = N_1 \frac{\tau_1}{\tau} ; \quad (V.3)$$

δ_T correspond en fait à une perte de comptage, puisque pendant la durée $N_1 \tau_1$ aucun signal pilote ne peut être enregistré, le compteur C_1 étant en anti-coïncidence dans la logique d'acquisition.

Pour deux des points de mesure à -1 fm^{-2} d'autres pertes de comptage interviennent dans δ_T . Elles sont dues aux temps morts individuels de chaque discriminateur. Pour tous les autres points expérimentaux, ces pertes de comptage supplémentaires ont été supprimées électroniquement de telle sorte que δ_T est donné exactement par la relation (V.3).

2. Normalisation

Cette analyse préliminaire permet d'obtenir immédiatement le nombre d'événements de diffusion élastique sur le proton. Il suffit, pour un point de mesure donné, d'intégrer séquence par séquence le taux de comptage de la coïncidence (R,C). Cependant le calcul des corrections qui sera développé au chapitre suivant nécessite la connaissance du spectre d'énergie des électrons diffusés et de l'acceptance de la voie de normalisation. Ces informations sont obtenues grâce à la réponse de l'hodoscope H, mise en coïncidence avec le signal (R,C). C'est pourquoi le nombre d'événements de diffusion élastique N' est donné par :

$$N' = \sum_i \sum_j H_{ij} \quad (V.4)$$

H_{ij} est le taux de comptage du scintillateur i de l'hodoscope pendant la séquence j d'acquisition des données.

L'efficacité de l'hodoscope H peut être mesurée en comparant le nombre d'événements N' au taux de comptage de la coïncidence (R,C). Tous au long des prises de données, elle est restée de l'ordre de 99 %.

Cependant le nombre d'événements N' n'est pas corrigé par cette efficacité. Elle sera prise en compte, en même temps que les efficacités du scintillateur R et du Čerenkov C, dans une mesure comparative des angles solides des aimants 400 et 700. L'efficacité globale de la voie de normalisation sera introduite

par l'intermédiaire de ce rapport dans la détermination des sections efficaces.

3. Classification des événements.

Enfin cette première analyse nous permet de classer les événements en trois catégories selon la réponse des hodoscopes H_1 , H_2 et H_3 .

a) *Les événements nuls.*

Ils sont tels que, pour l'un au moins des trois hodoscopes, aucun scintillateur n'a été touché. Ces événements nuls peuvent avoir trois origines distinctes :

- . Tout d'abord une inefficacité de l'hodoscope correspondant.

- . Dans le cas particulier de la voie électron, l'hodoscope H_3 couvre une acceptance en énergie inférieure à celle définie par les compteurs R_3 et C_3 , de telle sorte qu'une trajectoire ayant donné lieu à une coïncidence (R_3, C_3) peut ne pas rencontrer l'hodoscope.

- . Enfin la plus grande partie des événements nuls est due à des coïncidences fortuites dans la voie pion. On peut s'en convaincre aisément en considérant les spectres de temps de vol $R_1 - R_2$, ainsi que les spectres d'amplitudes de R_2 , représentés aux figures 27 et 28.

Dans ces conditions, puisque l'acceptance de la voie électron est déterminée par l'hodoscope H_3 , tous les événements nuls doivent être rejetés quelle que soit leur origine. Toutefois le résultat final devra être corrigé par l'efficacité des trois hodoscopes.

b. *Les événements multiples.*

Ils sont définis de la façon suivante : pour l'un au moins des trois hodoscopes, deux scintillateurs ou plus ont été touchés.

Il s'agit le plus souvent, en particulier dans le cas des hodoscopes H_1 et H_2 , de la superposition d'un bon événement et d'un événement de bruit de fond. Dans ce cas l'information en énergie est perdue puisqu'il n'y a aucun moyen de savoir lequel des scintillateurs a été réellement touché au passage de la particule. Il est impossible d'effectuer les coupures cinématiques définies au paragraphe précédent. Dans ces conditions l'analyse de ces événements est terminée.

- . Le nombre d'événements multiples N_m . On déduit le nombre d'événements mul-

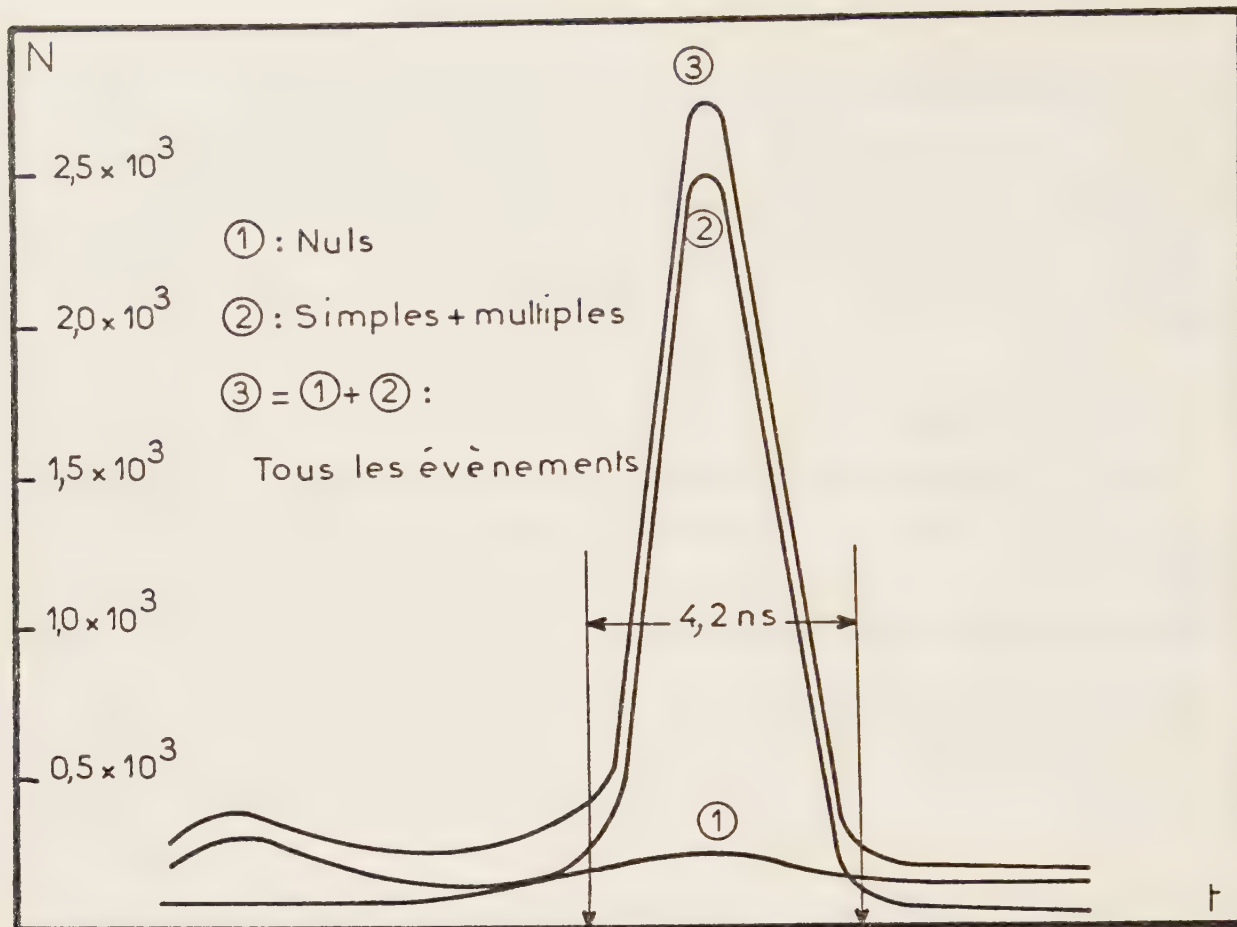


Fig. 27 - Spectres de temps de vol $R_1 - R_2$

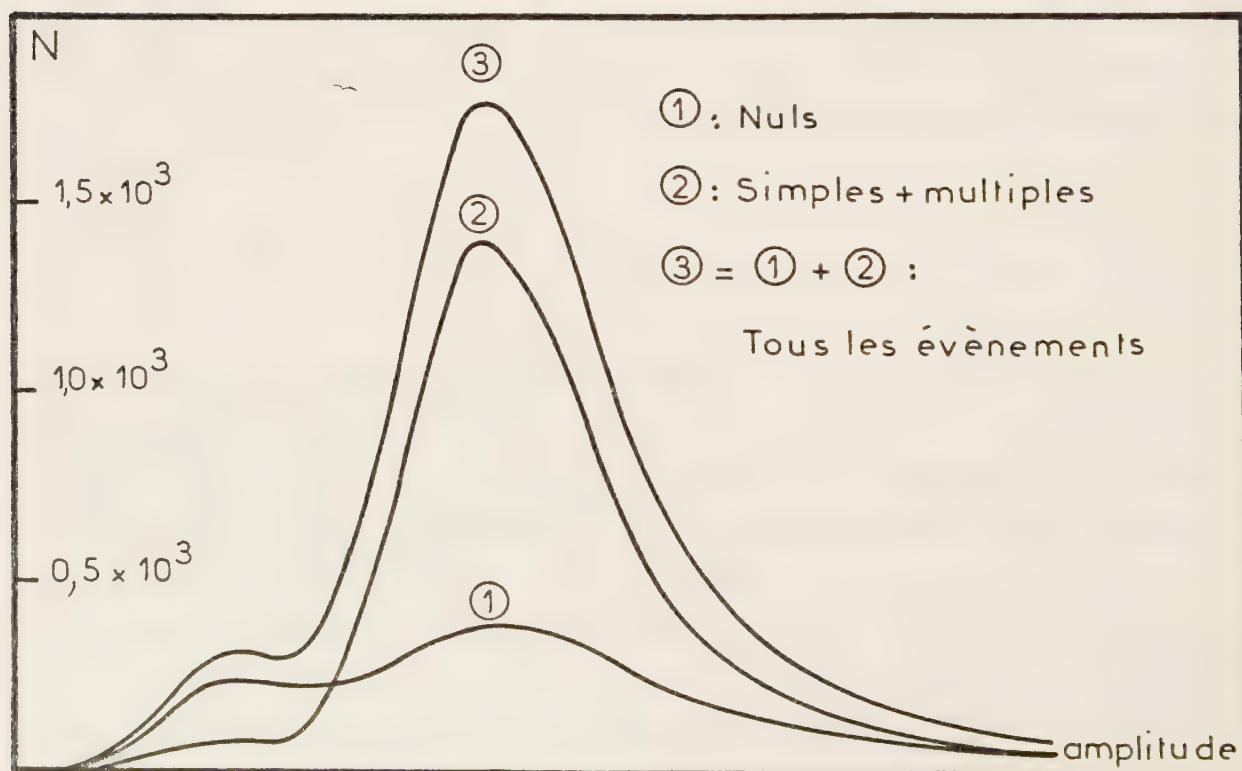


Fig. 28 - Spectres d'amplitude de R_2

tiples N_m à partir de la distribution en temps mesurée entre les compteurs R_2 et R_3 , après soustraction des coïncidences fortuites entre la voie électron et la voie pion. Un exemple d'une telle distribution est donné à la figure 29. Le niveau des coïncidences fortuites est déterminé avec une grande précision puisqu'elles sont enregistrées sur une gamme de 100 ns environ, alors que le pic de coïncidences vraies a une largeur à la base de 5 ns.

Les multiples adjacents. Il convient cependant de distinguer parmi les événements multiples ceux pour lesquels les deux scintillateurs d'un hodoscope qui ont été touchés sont contigus. Soient i et $i + 1$ les numéros de ces deux scintillateurs. Nous considérons alors que la réponse de l'hodoscope est fournie par le compteur i . L'erreur commise sur la mesure de l'énergie est de l'ordre de grandeur de la résolution de l'appareillage.

La plus grande partie de ces événements est due à des recouvrements entre compteurs adjacents, tels que la trajectoire de la particule détectée a rencontré les deux scintillateurs. Dans le cas de l'hodoscope H_3 en particulier, la surface de recouvrement représente 17 % de la surface totale environ. Cette valeur correspond à la proportion d'événements multiples adjacents enregistrés. Ces événements sont donc considérés comme des événements simples et seront soumis à la même analyse.

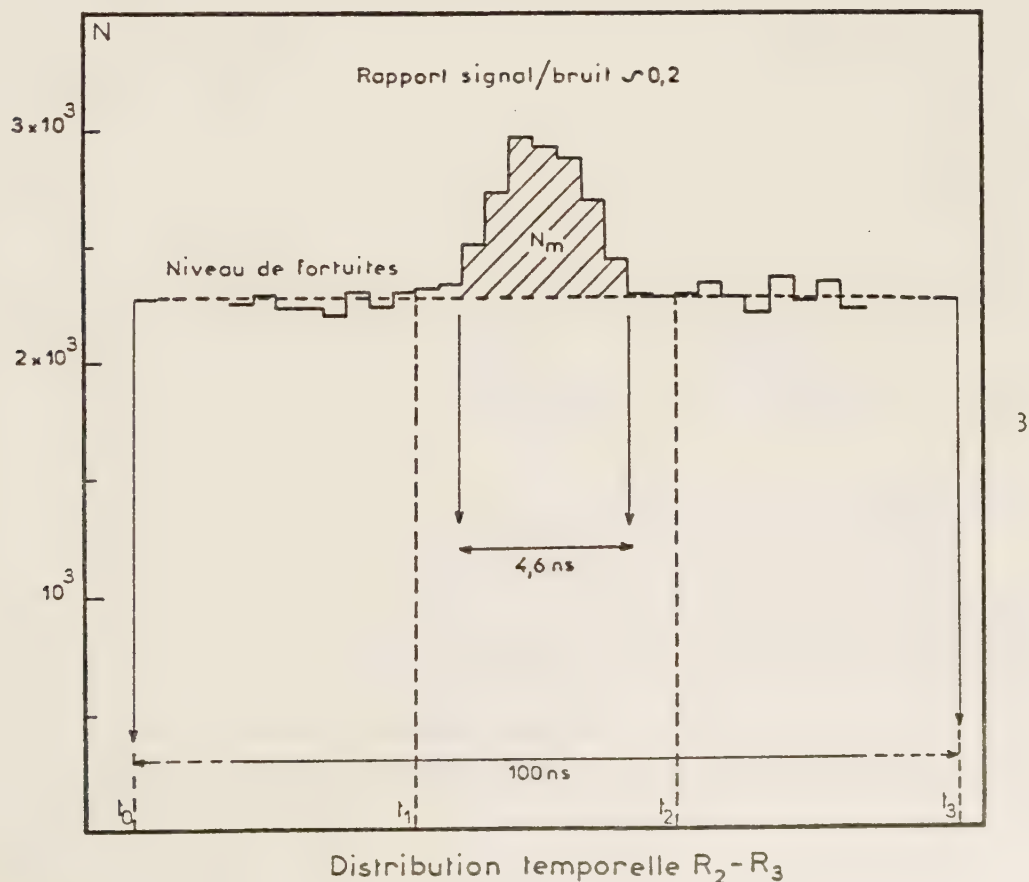


Fig. 29

c. Les événements simples

Ils sont tels que, pour chacun des trois hodoscopes, un scintillateur unique a été touché. Comme dans le cas des événements multiples, le nombre N_S des événements simples est déduit de la distribution temporelle entre R_2 et R_3 . Cependant le rapport signal/bruit, qui est de l'ordre de 0,2 à ce stade de l'analyse, peut être amélioré sensiblement. C'est le but de la deuxième étape de l'analyse. A cet effet les informations en temps et en énergie relatives aux événements simples et aux multiples adjacents sont recopiées sur une deuxième bande magnétique.

Tout au long des prises de données, les événements se sont répartis sensiblement de la façon suivante :

26 % d'événements nuls,

6 % d'événements multiples,

68 % d'événements simples dont 18 % de multiples adjacents.

III. ANALYSE DES EVENEMENTS SIMPLES

1. Mesure de temps et d'énergie

L'analyse des événements simples consiste à appliquer les coupures cinématiques définies au paragraphe précédent. Nous disposons pour cela de la mesure du temps t entre les compteurs R_2 et R_3 , ainsi que des réponses i_1 , i_2 et i des hodoscopes respectifs H_1 , H_2 et H_3 .

Les informations en énergie $\frac{\delta E'}{E}$, de la voie électron et en impulsion $\frac{\delta k}{k}$ de la voie pion sont alors données par :

$$\frac{\delta E'}{E} = d_4 i, \quad (V.5)$$

$$\frac{\delta k}{k} = d_0 j, \quad (V.6)$$

$$j = 2i_2 - i_1. \quad (V.7)$$

Le coefficient $d_4 = 4,6 \times 10^{-3}$ est lié à la dispersion de l'aimant 400 et à la dimension des scintillateurs de l'hodoscope H_3 .

Le coefficient $d_0 = 1,12 \times 10^{-2}$ est déterminé à partir des matrices de transfert de l'aimant Zéro et de la relation (D,13) de l'appendice D.

2. Cartes d'événements dans le plan (E'k).

Les événements sont divisés en deux catégories selon la mesure de temps t :

. Les événements tels que t soit compris entre les valeurs t_1 et t_2 définies à la figure 29.

. Ceux pour lesquels t appartient à l'un des deux intervalles $[t_0, t_1[$ et $[t_2, t_3[$.

Ces derniers ne comportent que des coïncidences fortuites entre les deux voies, alors que les premiers comprennent en plus les événements d'électro-production. Les cartes $C_1(i,j)$ et $C_2(i,j)$ sont reconstituées pour ces deux types d'événement, puis la carte $C(i,j)$ des bons événements après soustraction des coïncidences fortuites:

$$C(i,j) = C_1(i,j) - \frac{t_2 - t_1 + 1}{t_1 - t_0 + t_3 - t_2} C_2(i,j). \quad (V.8)$$

La répartition des événements dans le plan (i,j) doit être conforme à la distribution (V.1) représentée à la figure 26. Il est particulièrement intéressant de retrouver le coefficient b à partir de la distribution expérimentale et de la comparer à la valeur calculée. Pour cela la carte $C(i,j)$ est lissée par une fonction à quatre paramètres de la forme :

$$C(i,j) = n_0 \exp \left[- \frac{(j - j_0(i))^2}{2 \sigma^2} \right] \quad (V.9)$$

$$j_0(i) = j_0(0) + b \frac{d_4}{d_0} i. \quad (V.10)$$

Nous supposons en première approximation que la distribution des événements en fonction de j , et pour une valeur donnée de i , est une gaussienne de centre $j_0(i)$ et de largeur σ . Une méthode des moindres carrés nous permet d'obtenir les valeurs optimales des paramètres n_0 , $j_0(0)$, σ et b .

La figure 30 montre un exemple de carte $C(i,j)$ ainsi que les valeurs des différents paramètres du lissage correspondant.

Il est à noter que pour tous les points de mesure la valeur mesurée de b coïncide avec la valeur calculée dans les limites de la précision statistique.

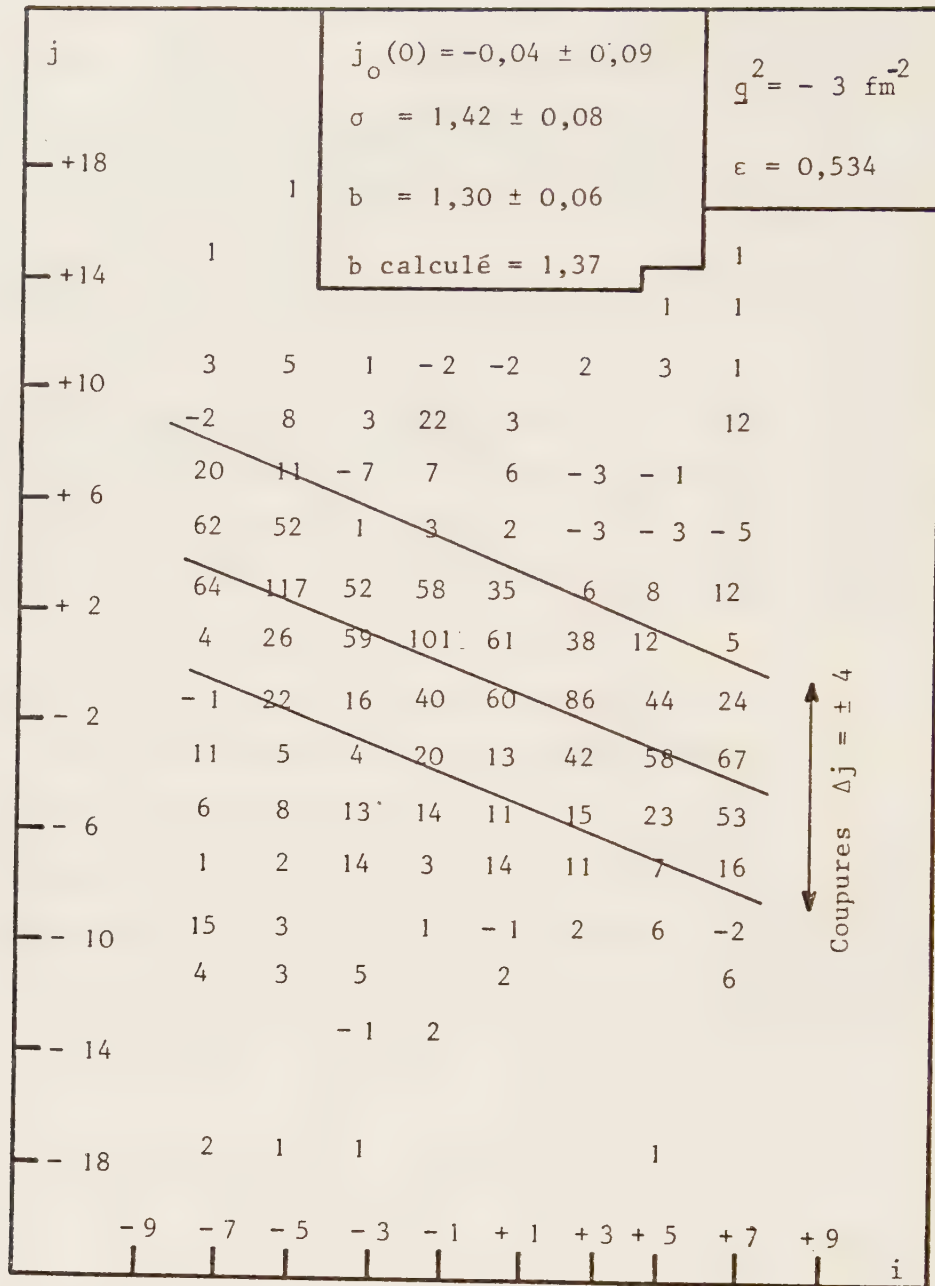


Fig. 30

Carte d'événements $C(i,j)$

3. Spectres d'impulsion réduite k' .

Les autres paramètres du lissage sont déterminés de façon plus précise à partir d'une distribution à une dimension $S(j')$ définie de la façon suivante :

$$S(j') = \sum_{i=1}^{16} C(i,j'). \quad (V.11)$$

La variable j' se déduit de j par le changement :

$$j' = j - b \frac{d_4}{d_0} i . \quad (V.12)$$

Ceci revient à projeter la distribution des événements dans le plan (E', k) sur l'axe des impulsions du pion, parallèlement à la droite de pente b . On définit ainsi le spectre $S(\frac{\delta k'}{k'})$ tel que :

$$\frac{\delta k'}{k'} = \frac{\delta k}{k} - b \frac{\delta E'}{E'} . \quad (V.13)$$

Un tel spectre est représenté à la figure 31.

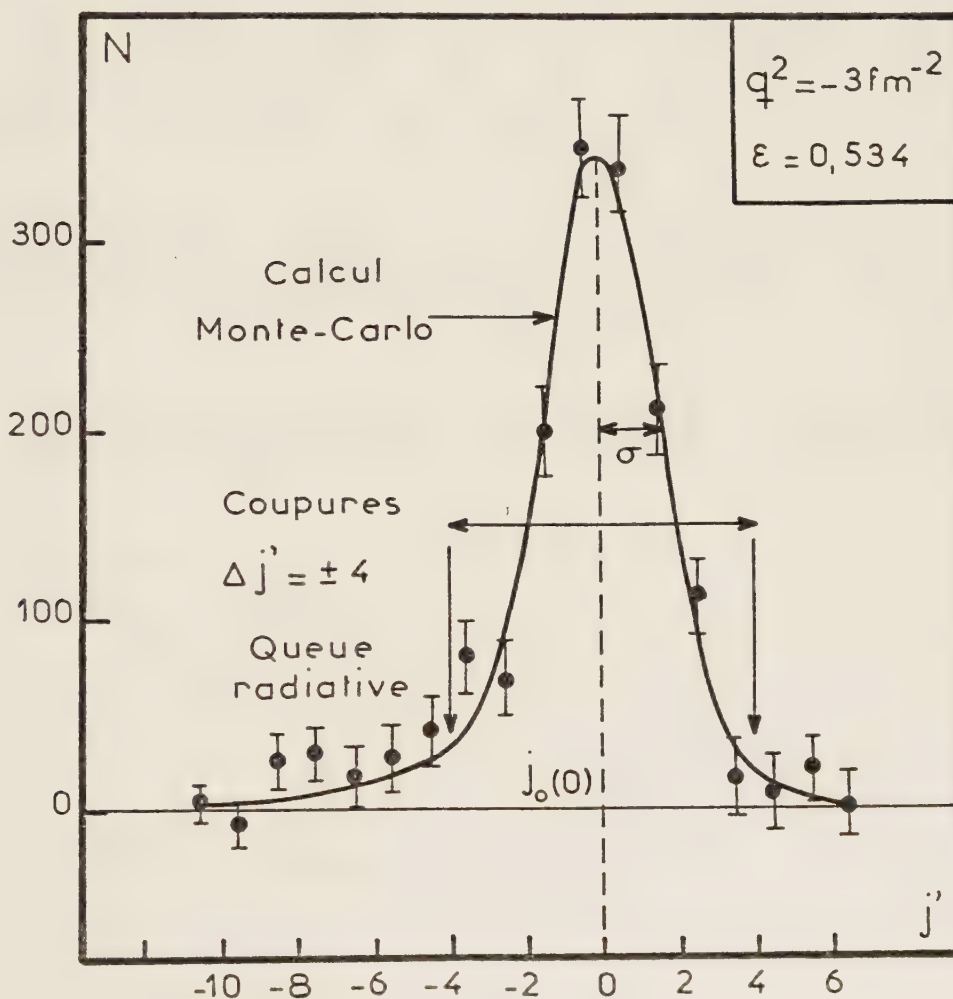


Fig. 31

Spectre $S(j')$.

Nous en déduisons le centrage des événements $j_0(0)$ par rapport à l'acceptance en impulsion de l'aimant Zéro. Ce paramètre traduit le décalage observé pour certains points de mesure, entre la valeur réelle du champ dans l'aimant et sa valeur théorique. La connaissance de $j_0(0)$ est très importante car elle intervient directement dans la convolution du spectre de quantité de mouvement des pions par l'acceptance de l'aimant, et par conséquent dans la détermination de l'angle solide relatif à la détection des pions.

4. Corrections sur les distributions d'énergie

L'étude de la forme du spectre $S(\frac{\delta k'}{k'})$ nous conduit à faire quatre remarques importantes :

. Vers les grandes quantités de mouvement ($j' > 0$) nous retrouvons grossièrement la distribution gaussienne attendue. Cependant la largeur σ est plus importante que celle prévue à partir des termes en $\delta E/E$ et $\delta \theta$ de la relation (V.1). Comme nous l'avons déjà noté, cet élargissement est dû aux résolutions en énergie finies des deux voies de détection.

. Vers les petites quantités de mouvement ($j' < 0$), le spectre est modifié par la présence d'une "queue radiative" due à l'émission de photons réels par l'électron et se traduisant par une modification apparente de la cinématique du processus d'électroproduction.

. Enfin à ce spectre se superpose un fond continu de muons provenant de la désintégration en vol des pions et détectés par l'ensemble des compteurs de l'aimant Zéro.

. Ces trois effets sont pris en compte dans un calcul de simulation que nous décrirons en détail dans un chapitre ultérieur. Toutefois, nous pouvons d'ores et déjà noter le bon accord entre ce calcul et les distributions expérimentales obtenues, accord illustré par les figures 31 et 32.

5. Choix des coupures cinématiques

Pour déterminer les coupures cinématiques optimales nous étudions la variation simultanée des pertes de comptage et du rapport signal/bruit en fonction des coupures $\pm \Delta j'$. Cette étude est effectuée pour un point à fort taux de comptage pour lequel nous disposons d'un nombre d'événements important (de l'ordre de 1500). Nous construisons les distributions en temps R_2-R_3 pour les événements du spectre $S(j')$ compris entre les bornes $j_0(0) - \Delta j'$ et $j_0(0) + \Delta j'$. Nous en déduisons à chaque fois le nombre d'événements et la perte de comptage correspondante, en le comparant au nombre d'événements obtenus sans coupures.

Cette perte de comptage est comparée à chaque fois à la valeur prédite par le calcul de Monte-Carlo. Le résultat est représenté à la figure 32.

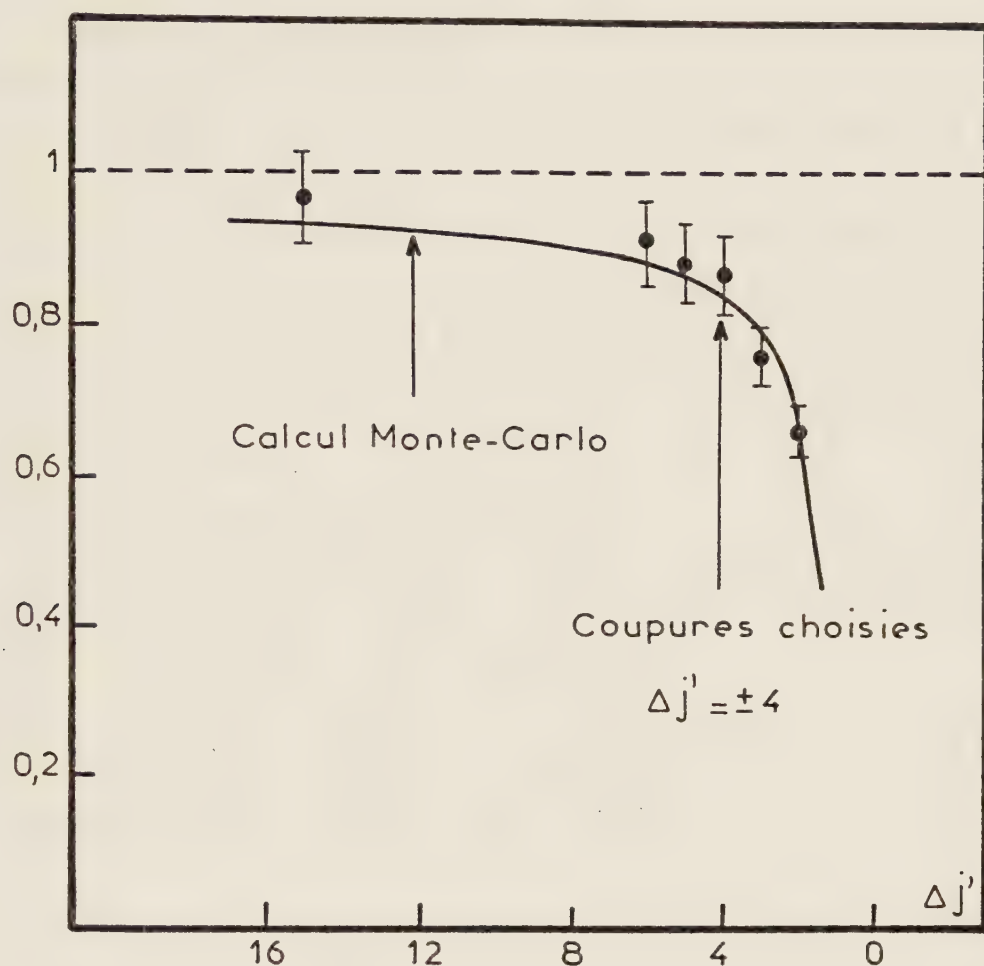


Fig. 32

Perte de comptage en fonction des coupures.

Nous remarquons que pour des coupures $\Delta j' = \pm 4$, ce qui correspond à $\pm 4,5 \times 10^{-2}$ en impulsion, la perte de comptage reste de l'ordre de 10 % alors que le taux de coïncidences fortuites est diminué d'un facteur 2, et le rapport signal/bruit amélioré dans les mêmes proportions.

C'est cette valeur des coupures cinématiques que nous avons choisie dans l'analyse de tous les points expérimentaux, y compris les points à faible valeur de ϵ . La perte de comptage est alors calculée à partir du programme de simulation.

6. Correction de la distribution temporelle R_2-R_3

La dernière étape de l'analyse consiste à corriger la distribution en temps

en tenant compte des points d'impact des particules dans les compteurs R_2 et R_3 . Cette information nous est fournie par les réponses des hodoscopes H_2 et H_3 , et nous permet d'éliminer la dispersion en temps introduite par le transit de la lumière dans les scintillateurs ($\approx 7,5$ ns par mètre). La figure 33 montre l'effet de cette correction sur la distribution temporelle R_2-R_3 des événements simples.

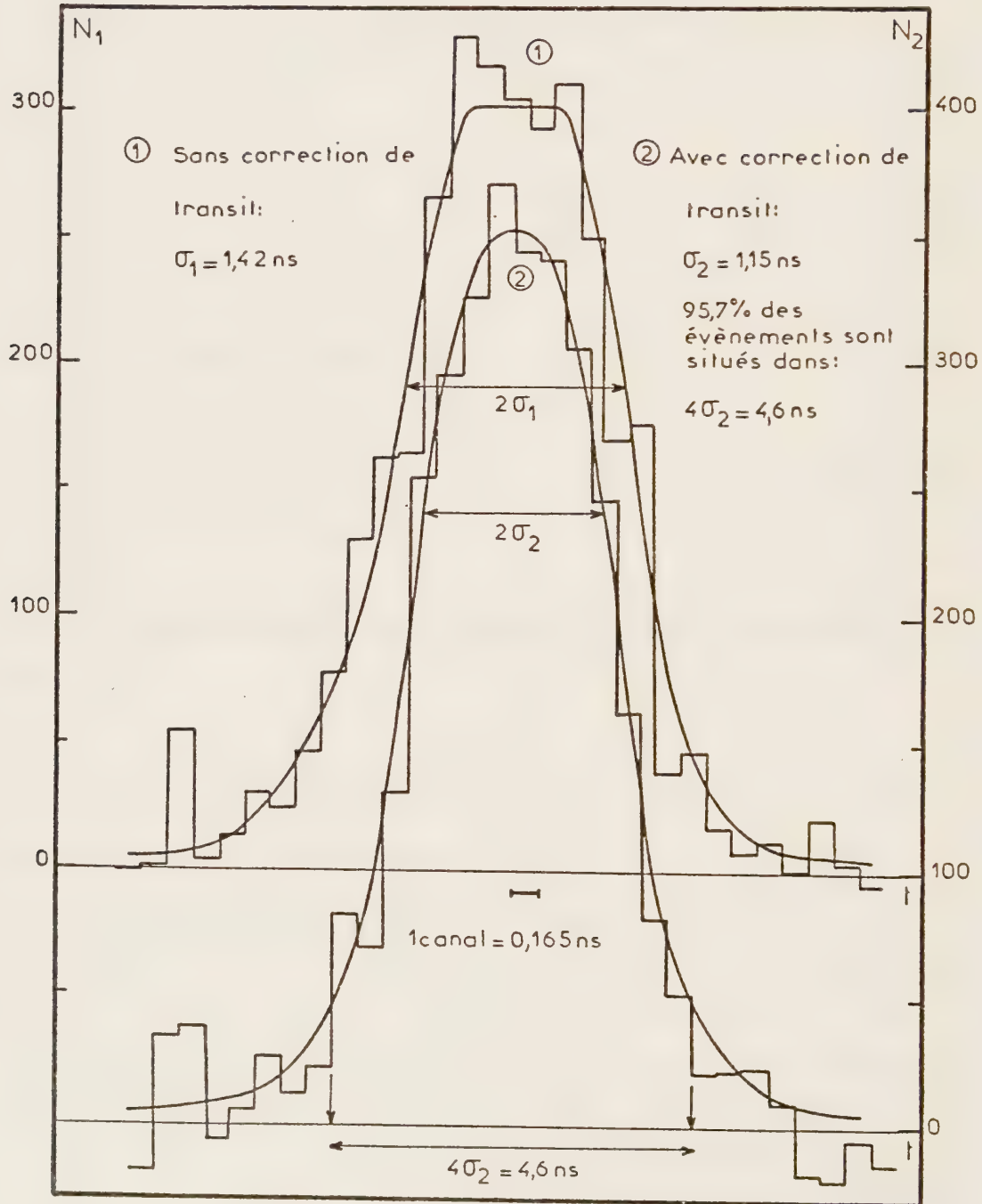


Fig. 33

Un spectre de temps de vol typique d'événements simples, une fois les coupures cinématiques et les corrections de temps de transit effectuées, est représenté à la figure 34.

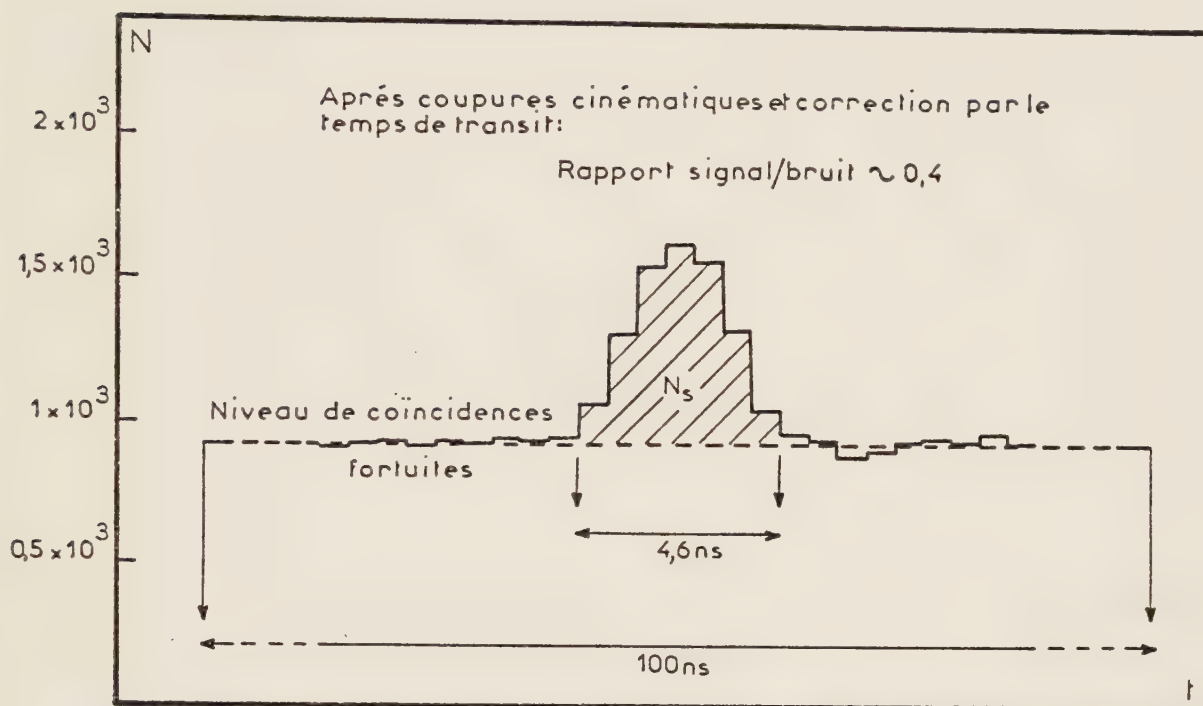


Fig. 34

Distribution temporelle R_2-R_3 .

Le nombre d'événements simples N_s est déduit de ce spectre après soustraction des coïncidences fortuites. Pour tous les points de mesure nous ne prenons en compte que les événements du pic de coïncidence situés dans un intervalle de $4,6 \text{ ns}$. D'après la figure 33, ce nombre doit être corrigé par le facteur $\epsilon_c = 0,957$. Dans ces conditions le rapport signal/bruit obtenu est de l'ordre de $0,4$.

CHAPITRE VI

DETERMINATION DES SECTIONS EFFICACES

Pour passer des nombres d'événements d'électroproduction N et de normalisation N' à la section efficace de photoproduction virtuelle, il est nécessaire de mesurer des paramètres, tels que les angles solides et acceptances en énergie des spectromètres, et de calculer l'ensemble des corrections inhérentes au dispositif expérimental. Ce chapitre est consacré à la description des méthodes de mesure et au calcul de ces différentes grandeurs. Pour plus de détails, il est possible de se reporter à la thèse de G. Bardin [54].

I. PARAMETRES DE LA MESURE ET CORRECTIONS

Compte tenu de la relation (II, 48), la section efficace de photoproduction virtuelle $d\sigma/d\Omega$ que nous mesurons est liée au taux de comptage N par :

$$N = N_e N_p J \Gamma \frac{d\sigma}{d\Omega} \Delta E_4 \epsilon_4 \Omega_4 \epsilon_o \Omega_o \pi \epsilon_i \quad (\text{VI.1})$$

N_e est le nombre d'électrons incidents pendant la durée du comptage,

N_p le nombre de protons cibles,

ΔE_4 la largeur de l'acceptance en énergie de l'aimant 400,

Ω_4 l'angle solide et ϵ_4 l'efficacité de détection de l'aimant 400.

De même Ω_0 et ϵ_0 sont respectivement l'angle solide et l'efficacité des détecteurs de l'aimant Zéro.

$\pi \epsilon'_i = \pi (1 - \delta_i)$ représente l'ensemble des corrections dues à l'appareillage ainsi qu'à la méthode d'analyse utilisée. La loi multiplicative implique que ces corrections correspondent à des processus physiques indépendants. De la même façon, le taux de comptage N' d'événements de normalisation enregistré pendant le même temps est relié à la section efficace de diffusion élastique électron-proton $d\sigma'/d\Omega$ par :

$$N' = N_e N_p \frac{d\sigma'}{d\Omega} \epsilon_7 \Omega_7 \pi \epsilon'_i \quad (\text{VI.2})$$

ϵ_7 et Ω_7 sont respectivement l'efficacité et l'angle solide de l'aimant 700.

$\pi \epsilon'_i = \pi (1 - \delta'_i)$ représentent les corrections relatives au processus de normalisation. La section efficace de photoproduction virtuelle s'exprime alors en fonction de la section efficace de diffusion élastique et des taux de comptage N et N' .

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{N}{N'} \frac{1}{J \Gamma R \Delta E_4 \epsilon_0 \Omega_0} \frac{\pi \epsilon'_i}{\pi \epsilon_i} \frac{d\sigma'}{d\Omega} \quad (\text{VI.3})$$

Cette relation fait apparaître le rapport R de l'angle solide efficace de l'aimant 400 à celui de l'aimant 700, soit :

$$R = \frac{\epsilon_4 \Omega_4}{\epsilon_7 \Omega_7} \quad (\text{VI.4})$$

Il apparaît donc que le système de normalisation que nous avons adopté nous dispense non seulement de la connaissance de l'intensité du faisceau et de l'épaisseur effective de la cible, mais encore de la connaissance absolue des angles solides et des efficacités de deux des trois spectromètres utilisés, en l'occurrence des aimants 400 et 700.

Les paragraphes qui vont suivre seront consacrés à la détermination, soit par le calcul, soit par la mesure, des différents paramètres et corrections. Ils porteront successivement sur :

1. La normalisation.

Elle nécessite la connaissance de :

- . la section efficace $d\sigma'/d\Omega$,
- . les corrections radiatives δ'_R et de rayonnement de freinage δ'_B ,
- . la contamination d'événements de diffusion quasi-élastique δ'_Q .

2. Le rapport R.
3. L'acceptance ΔE_4 .
4. L'efficacité ϵ_0 et l'angle solide Ω_0 .
5. Les corrections ne dépendant pas des coupures cinématiques.
 - . Les pertes de comptage par temps mort de l'électronique δ_T ,
 - . L'absorption ou la diffusion nucléaire des pions δ_A ,
 - . Les pertes de comptage dues aux coupures sur le spectre en temps δ_c .
6. Les corrections dépendant des coupures cinématiques.
 - . Les corrections radiatives δ_R et de rayonnement de freinage δ_B .
 - . La désintégration en vol des pions δ_D .

Pour conclure, l'ensemble des corrections relatives aux processus d'électroproduction et de normalisation se traduit par les deux relations:

$$\pi \epsilon_i = \epsilon_R \epsilon_B \epsilon_D \epsilon_T \epsilon_A \epsilon_c \quad (\text{VI.5})$$

$$\pi \epsilon'_i = \epsilon'_R \epsilon'_B \epsilon'_Q \quad (\text{VI.6})$$

II. NORMALISATION

1. Section efficace de diffusion electron-proton.

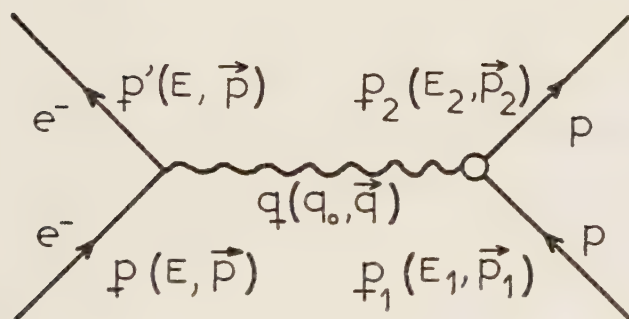


Fig. 35

Dans l'approximation de l'échange d'un seul photon virtuel, la réaction de diffusion élastique $e+p \rightarrow e+p$ est décrite par le diagramme de la figure 35.

Soient E l'énergie de l'électron incident et θ' son angle de diffusion. Puisqu'il s'agit d'un processus à deux corps, et à condition de négliger

la masse de l'électron, l'énergie E' de l'électron diffusé est donnée par :

$$E' = \frac{1}{1 + \frac{E}{M} (1 - \cos \theta')} \quad (\text{VI.7})$$

En utilisant les conventions définies au chapitre II, le quadrimoment q du photon virtuel échangé est tel que :

$$q^2 = -2EE'(1 - \cos \theta') \quad (\text{VI.8})$$

Dans ces conditions la section efficace différentielle dans le système du laboratoire est donnée par la formule de Rosenbluth [55] :

$$\frac{d\sigma'}{d\Omega} = -\alpha^2 \frac{E'^2}{E^2} \frac{\cot^2 \frac{\theta'}{2}}{q^2} \left| \frac{G_{Ep}^2(q^2) + \eta G_{Mp}^2(q^2) + 2\eta(1+\eta) \tan^2 \frac{\theta'}{2} G_{Mp}^2(q^2)}{(1+\eta)} \right| \quad (\text{VI.9})$$

$$\eta = -\frac{q^2}{4M^2} \quad (\text{VI.10})$$

$G_{Ep}(q^2)$ et $G_{Mp}(q^2)$ sont les facteurs de forme électrique et magnétique du proton. Les valeurs des facteurs de forme que nous avons utilisées dans le calcul de la section efficace (VI.9), ainsi d'ailleurs que dans le calcul des termes de Born pour l'électroproduction, sont déduites du lissage de la référence [5]. Dans le domaine de quadrimoments correspondant à nos mesures ($|q^2| < 10 \text{ fm}^{-2}$) ce choix conduit à une précision relative de l'ordre de 10^{-2} sur la section efficace de diffusion élastique électron-proton.

2. Corrections

D'après la relation (VI.7), on s'attend à observer une raie en énergie en détectant les électrons diffusés à un angle donné. Le spectre expérimental, représenté à la figure 36, présente plusieurs modifications par rapport à la distribution attendue.

a) Elargissement du spectre élastique

Cet effet est dû aux variations possibles de l'énergie δE compte tenu de la résolution du faisceau incident, et de l'angle $\delta \theta'$ dans les limites de l'acceptance angulaire de l'aimant 700. Il peut être évalué en dérivant la relation (VI.7) :

$$\frac{\delta E'}{E'} = \frac{E'}{E} \frac{\delta E}{E} - \frac{E'}{M} \sin \theta' \delta \theta' \quad (\text{VI.11})$$

A cet effet s'ajoute la résolution en énergie du système de détection des électrons diffusés. La largeur à la base observée sur le spectre de la figure 36 est de l'ordre de $\pm 10^{-2}$ en valeur relative. Cet élargissement n'occasionne aucune perte de comptage, pour peu que le spectre soit correctement centré par rapport à l'acceptance en énergie de l'aimant 700 qui est de $9,2 \times 10^{-2}$.

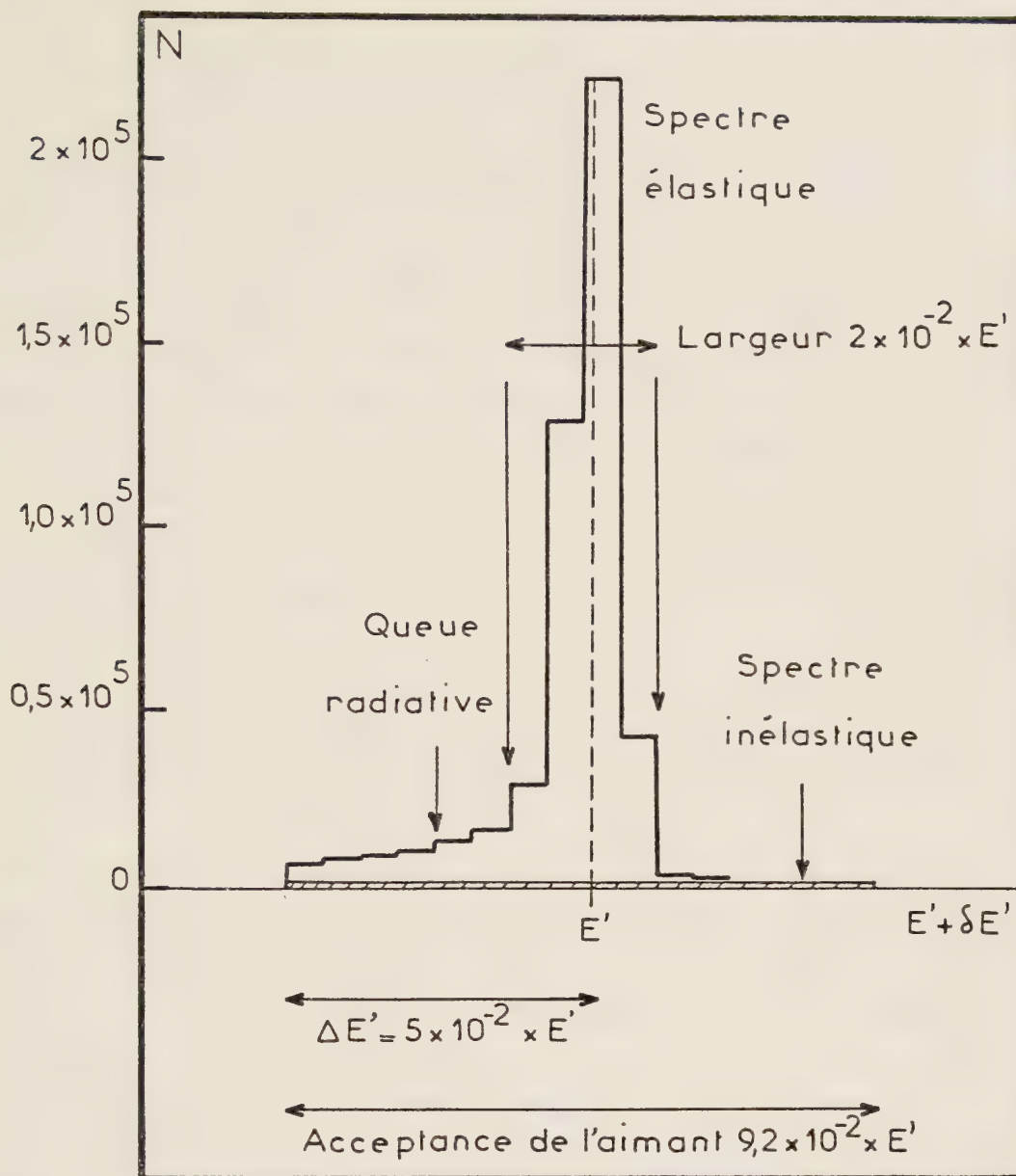


Fig. 36

Spectre élastique dans l'aimant 700.

b) Corrections radiatives et corrections de rayonnement de freinage

L'effet de "queue radiative" qui peut être observé vers les énergies décroissantes est beaucoup plus important. Il provient de l'émission d'un photon réel par l'une des particules chargées participant à la réaction. Suivant la valeur de l'énergie du photon émis, la cinématique du processus peut être modifiée de telle sorte que l'électron diffusé ne soit plus détecté. Le calcul de la perte d'événements se décompose en deux parties, selon que l'émission du photon a eu lieu dans le champ du proton cible, ou par rayonnement de freinage dans la matière traversée par l'électron avant et après interaction.

. Dans le cas des corrections radiatives proprement dites, la perte d'événements est donnée par un calcul tel que ceux de Tsai [56], et Meister et Yennie [57]. Nous indiquons les grandes lignes d'un tel calcul, ainsi que le résultat final à l'appendice E. La correction δ'_R , donnée par la relation (E,15), tient compte, en plus de l'émission de photons réels, de l'échange de photons virtuels supplémentaires entre les particules chargées participant à la réaction. Elle dépend essentiellement du paramètre $\Delta E'$ qui représente l'écart entre l'énergie E' du pic élastique et la limite inférieure de l'acceptance en énergie du spectromètre. Pour toutes les prises de données, le champ dans l'aimant est ajusté de telle sorte que ce pic se situe au centre de l'acceptance, ce qui correspond à $\Delta E'/E' \approx 5 \times 10^{-2}$. Dans ces conditions les corrections radiatives sont typiquement de l'ordre de 10 % pour tous les points de mesure.

. La correction de rayonnement de freinage est calculée à partir de la formule de Bethe et Heitler donnant la probabilité pour qu'un électron, traversant une épaisseur L d'un matériau donné, émette un photon d'énergie comprise entre ω et $\omega + d\omega$:

$$dP(\omega) = \frac{L}{L_0} \frac{d\omega}{\omega} \quad (\text{VI.12})$$

L_0 est la longueur de radiation caractérisant la substance traversée.

Cette relation ne tient pas compte des effets dus aux électrons atomiques, effets qui se traduiraient par une contribution tout à fait négligeable à la correction δ'_B . L'électron diffusé n'est pas détecté s'il émet un photon d'énergie supérieure à $\Delta E'$. De même l'événement est perdu si l'électron incident émet un photon d'énergie supérieure à ΔE telle que :

$$\Delta E = \frac{E^2}{E'^2} \Delta E'. \quad (\text{VI.13})$$

Ainsi la correction de rayonnement de freinage due à l'hydrogène de la cible est donnée par la relation :

$$\delta'_B = \int_{\Delta E}^E \frac{L_1}{L_0} \frac{d\omega}{\omega} + \int_{\Delta E'}^{E'} \frac{L_2}{L_0} \frac{d\omega}{\omega}. \quad (\text{VI.14})$$

L_1 et L_2 sont les épaisseurs de cible traversées par l'électron respectivement avant et après la diffusion. Compte tenu de la relation (III,13), et si L

est l'épaisseur totale de la cible, on obtient :

$$\delta'_B = \frac{L}{L_0} \log \frac{E'}{\Delta E'} - \frac{L_1}{L_0} \log \frac{E}{E'} \quad (\text{VI.15})$$

La correction due à l'aluminium des parois de la cible est tout-à-fait identique. Par contre, pour tous les matériaux traversés entre la cible et l'aimant (air, fenêtres de mylar) seul le deuxième terme de la relation (VI.14) contribue à la correction δ'_B , ce qui conduit à :

$$\delta'_B = \frac{L_2}{L_0} \log \frac{E'}{\Delta E'} \quad (\text{VI.16})$$

Pour tous les points expérimentaux, la correction de rayonnement de freinage globale est comprise entre 2 % et 3 %.

c) Contribution inélastique.

La dernière correction consiste à soustraire au nombre N' d'événements de normalisation la contribution due à la diffusion quasi-élastique d'électrons sur l'aluminium des parois de la cible. Pour des raisons cinématiques, le pic quasi-élastique se situe en effet à proximité du pic élastique sur le proton. Une mesure effectuée après avoir vidé la cible d'hydrogène liquide montre que le spectre quasi-élastique est pratiquement constant le long de l'acceptance de l'aimant. Ceci s'explique par le fait que cette acceptance est étroite vis-à-vis de la largeur du pic quasi-élastique. Il suffit donc de connaître le niveau du spectre inélastique en un point de l'acceptance pour en déduire immédiatement la correction δ'_Q .

Ainsi que le montre la figure 36, ce niveau est déterminé à partir des canaux se situant au-delà du pic élastique, c'est-à-dire vers les énergies croissantes. Suivant les points de mesure, la correction δ'_Q varie entre 4% et 9%.

3. Résultats.

La variation de l'épaisseur apparente de la cible en fonction de l'intensité du faisceau incident est représentée à la figure 37. Cette épaisseur est déduite de la relation (VI,2), compte tenu de la mesure du courant d'électrons, du calcul de la section efficace élastique et des corrections ε'_1 . Nous supposons, en outre que l'angle solide de l'aimant est l'angle solide géométrique donné au tableau III.

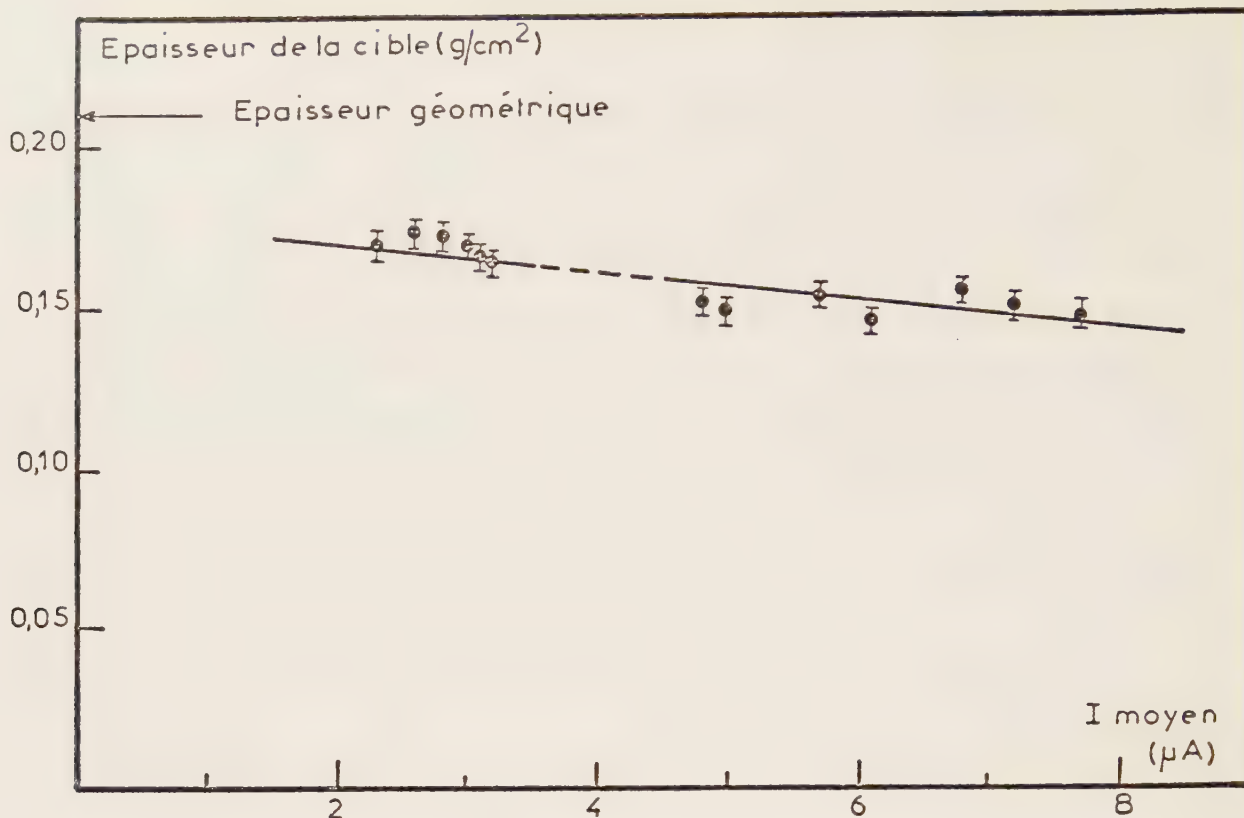


Fig. 37

Epaisseur apparente de la cible en fonction du courant moyen

Cette variation justifie à posteriori le choix de notre système de normalisation. Nous observons des écarts importants (pouvant aller jusqu'à 30 %) entre ces mesures et l'épaisseur attendue de $0,21 \text{ g/cm}^2$, calculée à partir de l'épaisseur géométrique et la densité de l'hydrogène liquide.

En plus de la variation effective en fonction du courant, ces écarts peuvent traduire une perte d'angle solide de l'aimant due à l'extension spatiale de la cible, ou une inefficacité des détecteurs de la voie de normalisation.

Ces deux derniers effets sont pris en compte dans la mesure du rapport R des angles solides efficaces des aimants 400 et 700 .

Le fait d'enregistrer en permanence les événements de diffusion élastique constitue donc bien une normalisation de l'expérience.

III. ACCEPTANCE DES AIMANTS 400 ET 700.

1. Mesure du rapport des angles solides.

La mesure est effectuée en détectant les électrons de diffusion élastique sur l'hydrogène dans l'aimant 400, placé de façon symétrique à l'aimant 700 par rapport au faisceau d'électrons. Comme dans l'aimant 700, le champ ma-

gnétique est ajusté de telle sorte que le pic élastique se situe approximativement au centre de l'acceptance en énergie. Dans ces conditions le rapport R est donné simplement par le rapport des taux de comptage enregistrés par les deux spectromètres, compte tenu des corrections radiatives, de rayonnement de freinage, et de la contribution des événements de diffusion quasi-élastique. La figure 38 représente l'ensemble de ces mesures pour différentes valeurs de la cinématique. Nous ne remarquons aucune variation notable du rapport R en fonction de l'énergie. La valeur moyenne déduite de ces mesures est la suivante :

$$R = \frac{\varepsilon_4 \Omega_4}{\varepsilon_7 \Omega_7} = 2,23 \pm 0,02 .$$

Il convient de remarquer que la valeur attendue à partir des angles solides géométriques est :

$$\frac{\Omega_4}{\Omega_7} = 2,32 .$$

Cet écart de 4 % peut s'expliquer par une différence d'efficacité entre les détecteurs qui équipent les deux spectromètres, ainsi que par des pertes d'angle solide différentes dues à l'extension spatiale de la cible.

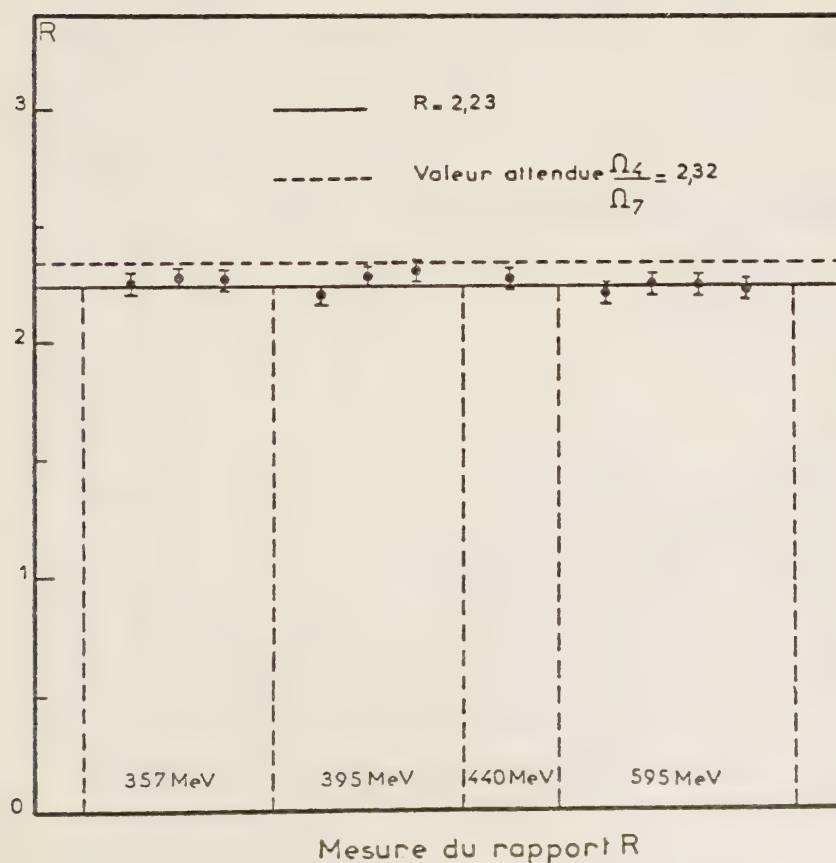


Fig. 38

Il faut également noter que, dans un premier temps, le rapport R mesuré était égal à $1,92 \pm 0,03$. L'angle solide initial de l'aimant 400 a été augmenté alors que celui de l'aimant 700 est resté inchangé.

2. Mesures de l'acceptance de l'aimant 400.

Nous venons de voir que le rapport R a été mesuré à partir du processus de diffusion élastique, et en un point de l'acceptance en énergie de l'aimant 400. Dans le cas du processus d'électroproduction, le spectre d'énergie des électrons diffusés est un spectre inélastique continu et pratiquement constant le long de l'acceptance. La grandeur caractéristique qui intervient dans la relation (VI.1) et qui permet de relier le taux de comptage à la section efficace d'électroproduction, est l'acceptance globale de l'aimant, c'est-à-dire le produit de l'acceptance angulaire par l'acceptance en énergie : $\Omega_4^{\text{in}} \Delta E_4$.

Ω_4^{in} est l'angle solide intégré sur toute l'acceptance en énergie $[\Delta E/E]_4$ de l'aimant. Il convient donc de remplacer dans la relation (VI.3) le produit $R \Delta E_4$ par :

$$R \Delta E_4 = R \frac{\Omega_4^{\text{in}}}{\Omega_4^{\text{el}}} \left[\frac{\Delta E}{E} \right]_4 E'. \quad (\text{VI.17})$$

La largeur de l'acceptance $[\Delta E/E]_4$ est déterminée expérimentalement à partir de la méthode classique dite du "plateau". Elle consiste à faire varier le champ magnétique dans l'aimant pas à pas de telle sorte que le pic de diffusion élastique se déplace le long de l'acceptance en énergie. Nous mesurons alors la variation du nombre d'événements de diffusion élastique en fonction du champ dans l'aimant. La largeur de l'acceptance est donnée par la largeur à mi-hauteur de la courbe représentée à la figure 39.

Nous trouvons le résultat suivant :

$$\left[\frac{\Delta E}{E} \right]_4 = (7,55 \pm 0,11) \times 10^{-2}.$$

La variation de l'angle solide en fonction de l'acceptance en énergie est également mesurée. Nous étudions cette fois la réponse de l'aimant à un spectre inélastique d'électrons, c'est-à-dire la convolution de ce spectre par l'acceptance globale de l'aimant. En faisant varier le champ dans l'aimant pas à pas afin de décrire toute l'acceptance, il est possible de déconvoluer la réponse de l'aimant par la distribution en énergie des électrons et en déduire la variation de l'angle solide. Le résultat de cette mesure est représenté à la figure 40.

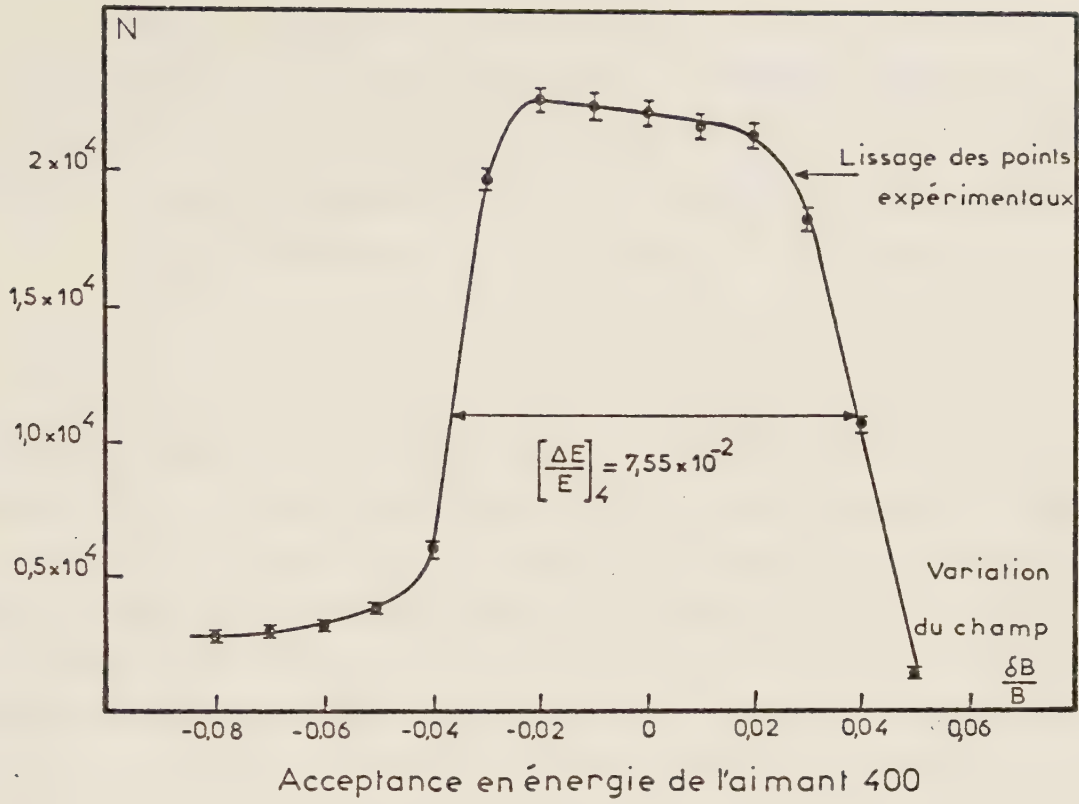
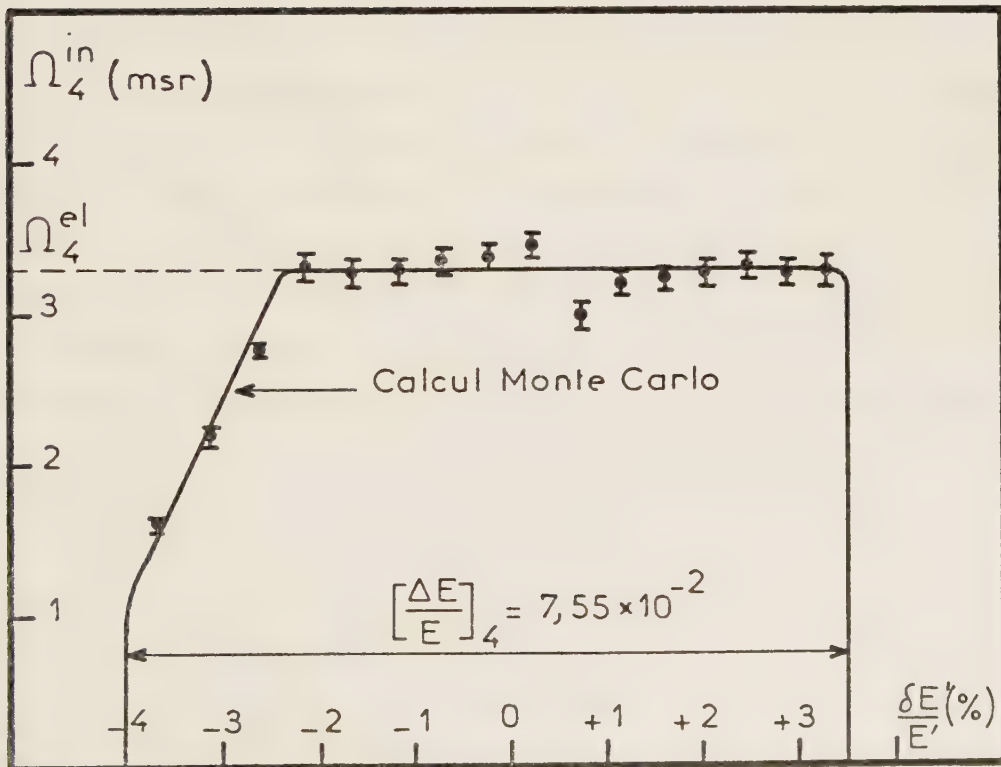


Fig. 39



Variation de l'angle solide de l'aimant 400

Fig. 40

L'angle solide est constant le long de l'acceptance en énergie, sauf dans la région des basses énergies où nous remarquons une perte d'angle solide. Elle provient de ce que le scintillateur R_3 et le Čerenkov C_3 ne sont pas situés dans le plan focal de l'aimant. Il est évident, d'après la figure 21 du chapitre IV, que des particules dont les trajectoires rencontrent l'hodoscope H_3 peuvent ne pas être détectées par les compteurs R_3 et C_3 .

3. Calcul de simulation dans la voie électron

Il est possible de retrouver par le calcul l'acceptance angulaire et l'acceptance en énergie de la voie électron, puisque ces deux grandeurs ne dépendent que des propriétés magnétiques de l'aimant 400, ainsi que de la position et des dimensions des différents collimateurs et détecteurs.

Pour cela, il est nécessaire d'utiliser un programme de Monte-Carlo simulant les trajectoires des particules, et en particulier l'effet de focalisation de l'aimant. Ce calcul présente l'avantage d'inclure deux effets supplémentaires susceptibles de modifier l'angle solide de l'aimant.

. Il s'agit d'abord de la perte d'angle solide provenant de l'extension spatiale de la cible. Suivant l'angle de détection des électrons θ' , qui varie de 30° à 100° selon les points de mesure, l'épaisseur apparente de la cible peut varier d'un facteur 2 puisqu'elle est proportionnelle à $\sin \theta'$. La correction à apporter à l'angle solide est alors de l'ordre de quelques pour-cent.

. Le deuxième effet est dû à la diffusion coulombienne multiple des électrons dans la matière traversée avant l'entrée de l'aimant. Il se traduit également par une augmentation apparente de l'épaisseur de la cible vue par le spectromètre. La correction est surtout importante pour les points de mesure où l'énergie des électrons diffusés E' est de l'ordre de 100 MeV ou inférieure. La perte d'angle solide qui en résulte est là encore de l'ordre de quelques pour-cent.

Le programme de simulation est construit d'après la séquence suivante :

- a) Des tirages de nombres aléatoires permettent de déterminer les conditions initiales de la trajectoire, c'est-à-dire les coordonnées du point source, l'angle d'émission et l'énergie de l'électron.
- b) La trajectoire ainsi que ses modifications dues à la diffusion coulombienne multiple sont suivies pas à pas jusqu'à l'entrée de l'aimant, puis à l'intérieur de l'aimant grâce aux matrices de transfert au deuxième ordre définies à l'appendice D, enfin depuis la sortie de l'aimant jusqu'au dernier détecteur,

le Čerenkov C_3 .

a) Les contraintes géométriques imposées à la trajectoire et permettant de rejeter ou non l'événement sont définies par :

- . les dimensions du collimateur d'entrée de l'aimant,
- . l'entrefer de l'aimant,
- . les dimensions du collimateur de sortie de l'aimant,
- . les dimensions de l'hodoscope H_3 , placé dans le plan focal,
- . les dimensions du scintillateur R_3 et du Čerenkov C_3 .

L'acceptance de l'aimant est alors donnée par la distribution en énergie des particules dont la trajectoire a atteint le Čerenkov. Le résultat d'un tel calcul est représenté à la figure 40 et comparé à l'acceptance mesurée.

En résumé, pour tous les points expérimentaux, l'acceptance globale de l'aimant, ou plus exactement le produit $\epsilon_4 \Omega_4^{\text{in}} \Delta E_4$, est déterminée à partir des valeurs mesurées du rapport R et de la largeur $[\Delta E/E]_4$. Le rapport $\Omega_4^{\text{in}}/\Omega_4^{\text{el}}$ est donné par le calcul de Monte-Carlo avec une précision de l'ordre de 1 %.

IV. ACCEPTANCE DE L'AIMANT ZERO

Le problème est à première vue quelque peu différent de celui qui se pose dans le cas de l'aimant 400. En effet, compte tenu du système de normalisation adopté, il est nécessaire de connaître un angle solide en valeur absolue, celui de l'aimant Zéro. Par contre la largeur de l'acceptance en quantité de mouvement de l'aimant n'intervient pas directement dans le calcul de la section efficace, puisque la quantité de mouvement du pion est parfaitement déterminée à partir de la cinématique de l'électron.

Cependant nous avons vu que les pions produits présentent une distribution en impulsion de largeur non nulle. Cette distribution doit être convoluée par la variation de l'angle solide de l'aimant le long de l'acceptance afin d'obtenir l'angle solide Ω_0 qui intervient dans la relation (VI.3).

Cela nécessite la détermination de l'acceptance globale de l'aimant zéro, qui s'effectue en deux étapes successives :

La première consiste à mesurer la variation de l'angle solide en fonction de la quantité de mouvement, la seconde à mesurer l'angle solide Ω_0^{el} en un point de l'acceptance.

1. Variation de l'angle solide. Calcul de simulation dans la voie pion.

Nous utilisons la même méthode que pour l'aimant 400 : l'aimant Zéro détecte des pions dont le spectre en quantité de mouvement est continu. Nous faisons varier le champ magnétique de l'aimant pas à pas afin de déconvoluer la réponse de l'aimant par la distribution en impulsion des pions. Le résultat est représenté à la figure 41.

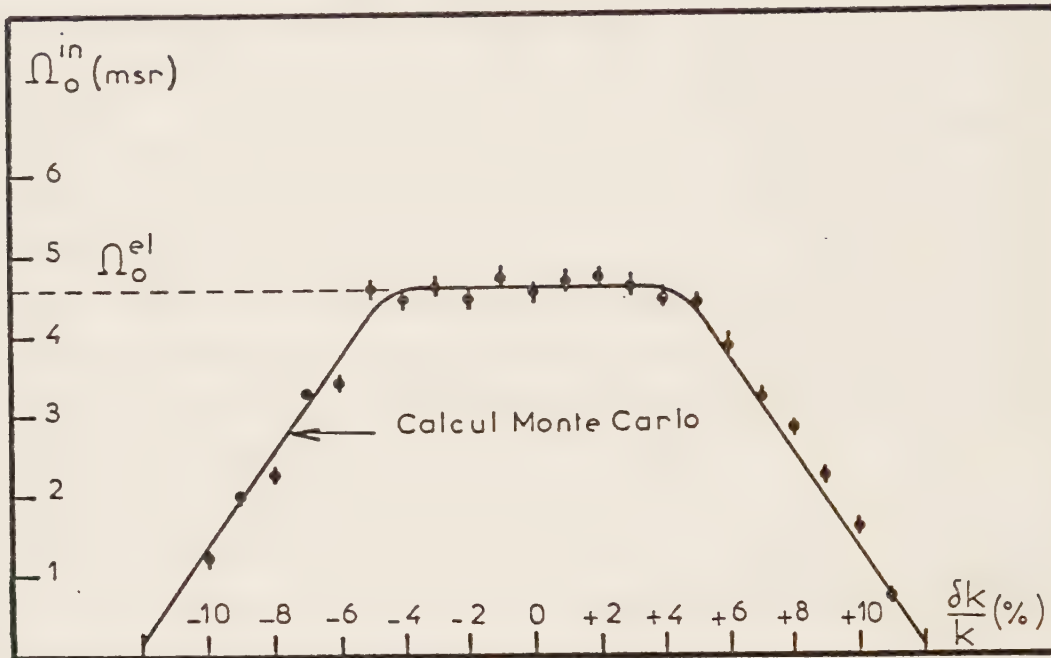


Fig. 41

Acceptance de l'aimant Zéro

Un calcul de simulation, adapté à la voie pion, est effectué afin de retrouver la variation de l'angle solide en fonction de l'impulsion. Il est calqué sur celui de la voie électron, à cette différence près que les matrices de transfert au premier ordre seulement sont utilisées pour le calcul des trajectoires dans l'aimant. Les contraintes géométriques sont imposées cette fois par la position et les dimensions :

- . du collimateur d'entrée de l'aimant,
- . de l'entrefer,
- . des deux collimateurs internes de l'aimant,
- . du collimateur de sortie,
- . des détecteurs R_1, H_1, R_2, H_2 .

La figure 41 indique également le résultat du calcul de simulation.

2. Mesure de l'angle solide Ω_0^{el} .

Le fait de disposer des matrices de transfert au premier ordre seulement pour l'aimant Zéro, nous incite à choisir Ω_4^{el} comme le seul angle solide connu en valeur absolue. Les matrices de transfert de l'aimant 400 ont été déterminées expérimentalement jusqu'à l'ordre 4, ce qui permet de calculer l'angle solide avec une très bonne précision. L'angle solide Ω_0^{el} est alors mesuré par comparaison avec Ω_4^{el} . La méthode est identique à celle utilisée pour la mesure du rapport R. Les deux aimants sont placés au même angle par rapport au faisceau d'électrons et détectent les événements de diffusion élastique sur le proton. Les taux de comptage sont corrigés par ε'_R , ε'_B , ε'_Q . Nous disposons également pour cette mesure d'une détermination expérimentale des efficacités globales des détecteurs ε_0 et ε_4 .

Le résultat obtenu est le suivant :

$$\frac{\Omega_0^{el}}{\Omega_4^{el}} = 0,981 \pm 0,021$$

$$\text{soit } \Omega_0^{el} = (4,74 \pm 0,10) \text{msr.}$$

Nous avons tenté de retrouver ce résultat à partir des calculs de Monte-Carlo relatifs aux deux voies, et nous avons obtenu , avec une précision de l'ordre de 1 %:

$$\frac{\Omega_0^{el}}{\Omega_4^{el}} = 0,977,$$

$$\Omega_0^{el} = 4,72 \text{ msr.}$$

Dans ces conditions, l'angle solide Ω_0 intervenant dans la relation (VI.3) doit être remplacé par :

$$\Omega_0 = \Omega_4^{el} \frac{\Omega_0^{el}}{\Omega_4^{el}} \frac{\Omega_0^{in}}{\Omega_0^{el}}. \quad (\text{VI.18})$$

Ω_4^{el} est calculé à partir du programme de simulation de la voie électron. Le rapport $\Omega_0^{el}/\Omega_4^{el}$ est déduit de la mesure précédente. Le rapport $\Omega_0^{in}/\Omega_0^{el}$ sera déterminé à partir d'un calcul de simulation général tenant compte à la fois de la voie électron et de la voie pion, et de la corrélation existant entre l'énergie de l'électron diffusé et la quantité de mouvement du pion.

V. CORRECTIONS DEPENDANT DES COUPURES CINEMATIQUES

1. Corrections radiatives et de rayonnement de freinage.

L'émission de photons réels par l'une des particules chargées de la réaction modifie la cinématique du processus. Cet effet se traduit par la présence d'une "queue radiative" visible par exemple sur le spectre de la figure 31.

a) *Corrections radiatives.*

La perte d'événements résultant des coupures effectuées dans le plan (E', k) se déduit de calculs tels que ceux de De Calan et Fuchs [58] et de Bartl et Urban [59]. Ce calcul est plus compliqué que dans le cas de la diffusion élastique car deux des trois particules de l'état final sont détectées. De plus leurs quantités de mouvement ne sont pas indépendantes, ce qui a pour effet de modifier le domaine d'intégration sur l'énergie du photon réel. Cependant le résultat se simplifie sensiblement si le rayonnement des hadrons est négligé devant celui des électrons. La perte de comptage δ_R est alors donnée par la relation (E.14). Elle tient compte de l'échange de photons virtuels supplémentaires contribuant à l'ordre α^3 à la section efficace d'électroproduction. Elle s'exprime en fonction de deux paramètres $\Delta E'$ et Δk dont la valeur dépend des coupures cinématiques effectuées.

. Pour les événements simples, $\Delta E'$ correspond à la largeur d'un canal en énergie de la voie électron, soit $\Delta E'/E' = 4,6 \times 10^{-3}$, alors que Δk correspond à la coupure effectuée le long de la droite cinématique de pente b , soit $\Delta k/k = 4,5 \times 10^{-2}$.

. Pour les événements multiples, aucune coupure n'est effectuée, et $\Delta E'$ et ΔK représentent les acceptances respectives des voies électron et pion.

b) *La correction de rayonnement de freinage δ_B .*

La perte d'événements due à l'émission d'un rayonnement de freinage est calculée à partir de la relation (VI.14), mais il convient également de modifier le domaine d'intégration sur l'énergie des photons, par rapport au cas de la diffusion élastique.

2. Correction due à la désintégration en vol des pions

La longueur de désintégration d'un pion de quantité de mouvement k dans le système du laboratoire est donnée par :

$$L_0 = \frac{k}{\mu} c \tau_\pi \quad (\text{VI.19})$$

où $c = 3 \times 10^8$ m/s est la vitesse de la lumière et $\tau_\pi = 2,6 \times 10^{-8}$ s est la durée de vie du pion au repos. Pour des pions de quantité de mouvement de l'ordre de 250 MeV/c, la longueur de désintégration L_0 est environ 14 m. Le trajet moyen L des pions depuis la cible jusqu'au dernier détecteur est de 4,35 m. Dans ces conditions, la proportion de pions qui se désintègrent avant d'atteindre l'hodoscope H_2 , donnée par $(1 - e^{-L/L_0})$, est de l'ordre de 27 %.

Cependant une fraction des muons créés peut être détectée par l'ensemble des compteurs de l'aimant Zéro sans qu'il soit possible de les distinguer des pions. La contribution essentielle provient de pions se désintégrant après la sortie de l'aimant. Les muons émis vers l'avant sont alors détectés dans un angle solide de 0,1 sr environ, et quelle que soit leur quantité de mouvement. Si le pion s'est désintégré avant l'aimant, le muon n'est détecté que s'il est émis à l'intérieur de l'angle solide de l'aimant ($< 0,01$ sr), et si sa quantité de mouvement est comprise entre les bornes de l'acceptance. Dans ces conditions les hodoscopes H_1 et H_2 fournissent avant tout une information sur l'angle d'émission du muon et non sur sa quantité de mouvement, comme c'est le cas pour les pions ayant traversé l'aimant.

L'effet résultant est de simuler un spectre d'impulsions pratiquement continu qui se superpose à celui des pions qui ne se sont pas désintégrés. Il apparaît alors évident que la proportion δ_μ des muons récupérés dépend des coupures cinématiques. Pour calculer quantitativement la correction δ_D , telle que :

$$\epsilon_D = 1 - \delta_D = e^{-L/L_0(1+\delta_\mu)}, \quad (\text{VI.20})$$

il est nécessaire d'introduire l'effet de désintégration des pions dans le programme de Monte-Carlo général simulant l'expérience.

3. Calcul de simulation général.

Il est construit à partir des programmes de Monte-Carlo des voies électron et pion. Le problème est de simuler le spectre d'impulsions observé dans l'aimant Zéro.

. La distribution de départ est déduite du spectre d'énergie des électrons diffusés par l'intermédiaire de la relation (V.1).

. L'effet de "queue radiative" est pris en compte de la façon suivante . La loi de variation des corrections radiatives δ_R et de rayonnement de freinage δ_B en fonction de Δk est déterminée au préalable à partir des relations (E,14) et (VI.14). La déformation du spectre vers les basses quantités de

mouvement est simulée à partir de tirages aléatoires suivant cette loi de probabilité.

. Pour chaque événement, un tirage aléatoire selon la loi de décroissance exponentielle détermine la longueur au bout de laquelle le pion se désintègre. Si cette longueur est inférieure au trajet total du pion, de nouveaux tirages déterminent la cinématique du muon émis. Sa trajectoire est alors suivie pas à pas, comme dans le cas d'un pion, jusqu'à l'hodoscope H_2 .

. La dernière donnée à prendre en compte est déduite de l'analyse expérimentale. Il s'agit du centrage $j_0(0)$ du spectre de pions par rapport à l'acceptance de l'aimant. Le programme réalise alors la convolution du spectre d'impulsions obtenu par l'acceptance de l'aimant.

. Pour chaque point de mesure, le programme simule quelques milliers d'événements, qui sont ensuite réanalysés comme les événements réels. Nous en déduisons, avec une précision supérieure à 3 %, le rapport $\Omega_o^{in}/\Omega_o^{el}$, et les corrections δ_R , δ_B et δ_D .

VI. CORRECTIONS INDEPENDANTES DES COUPURES CINEMATIQUES

Nous avons déjà signalé dans les chapitres précédents comment sont mesurées la correction de temps mort de l'électronique δ_T , et la perte d'événements δ_c due aux coupures sur la distribution temporelle $R_2 - R_3$. Rappelons que, pour tous les points de mesure sauf deux, δ_T est égale ou inférieure à 2 % alors que δ_c est de 5 % environ.

Il reste à déterminer l'efficacité ϵ_0 des détecteurs de l'aimant Zéro, et la correction due à l'absorption et à la diffusion nucléaire des pions.

1. Efficacité de la voie pion ϵ_0

Nous disposons d'une mesure de l'efficacité globale de la voie pion, c'est-à-dire du produit de quatre efficacités, relatives aux détecteurs R_1 , R_2 , H_1 et H_2 .

a) L'efficacité de R_1 est mesurée en fonction du seuil du discriminateur par le rapport des taux de comptage des coïncidences (R_1, R_2, R'_2) et (R_2, R'_2) . En raison du seuil bas appliqué à ce détecteur, l'efficacité est très proche de 1 et pratiquement constante pendant toute la durée de l'acquisition des données, soit $\epsilon_1 = 0,98$. L'efficacité $\epsilon_2 = 0,99$ du compteur R_2 est déterminée de façon identique.

b) Le signal R'_2 étant la somme des signaux des 14 compteurs de l'hodoscope H_2 ,

l'inefficacité a deux origines distinctes :

. Une inefficacité géométrique de 4 % environ, provenant de ce que les scintillateurs de l'hodoscope ne sont pas exactement jointifs. Cette inefficacité est mesurée par la même méthode que celle des compteurs R_1 et R_2 , et pour un seuil de discriminateur nul. Il est possible de retrouver cette valeur en mesurant la surface de recouvrement des scintillateurs à partir du taux de multiples adjacents de H_2 , et en supposant que la surface inefficace de l'hodoscope est égale à la surface de recouvrement. Par cette méthode il est possible de contrôler l'efficacité géométrique en permanence pendant l'acquisition des données.

. Une inefficacité électronique du même ordre de grandeur. A la différence de R_1 et R_2 , il est nécessaire d'appliquer un seuil de discriminateur élevé aux signaux de R_2' afin d'éliminer au maximum le bruit de fond des 14 compteurs. L'efficacité est alors susceptible de varier d'un point de mesure à l'autre pour peu que les hautes tensions appliquées aux compteurs soient légèrement différentes. A partir des taux de pions enregistrés pendant l'acquisition, il est possible de mesurer l'efficacité relative de chacun des compteurs de l'hodoscope par rapport à un compteur test, et d'en déduire la variation d'efficacité électronique d'un point de mesure à l'autre.

c) L'inefficacité de l'hodoscope H_1 a les mêmes origines que celle de H_2 . Cependant, le signal de l'hodoscope n'entrant pas dans la logique de déclenchement de la voie pion, il est possible de mesurer l'efficacité absolue de H_1 en permanence. Il suffit pour cela de comparer les spectres de temps de vol entre R_1 et R_2 correspondant d'une part à tous les événements, d'autre part aux événements pour lesquels la réponse de H_1 est nulle.

En définitive, nous disposons d'une mesure de l'efficacité absolue de la voie pion et de sa variation dans le temps. Suivant le point de mesure ϵ_0 varie de 0,80 à 0,85, la précision sur cette valeur étant égale ou inférieure à 3 %.

2. Absorption et diffusion nucléaire des pions.

Il existe une probabilité non négligeable pour que les pions soient absorbés ou diffusés dans la matière traversée depuis la cible jusqu'au dernier détecteur de l'aimant Zéro. La perte de comptage δ_A qui en résulte est déterminée grâce à une mesure réalisée auprès du faisceau de pions de 195 MeV/c de Saclay. Un ensemble de scintillateurs placés sur le trajet du faisceau de pions simule les détecteurs de l'aimant Zéro. Le taux de pions perdus par absorption ou diffusion nucléaire à grand angle est mesuré en comparant les taux de comptage de scintillateurs placés de part et d'autre de cet ensemble. Le résultat obtenu est $\delta_A = 0,10$. La précision de la mesure étant de 10 % environ, l'erreur com-

mise sur ϵ_A est de l'ordre de 1 %. Ce résultat est confirmé par un calcul tenant compte d'un ensemble de valeurs expérimentales ou théoriques des sections efficaces d'absorption et de diffusion nucléaire [60, 61]. Dans le domaine de quantité de mouvement des pions qui nous intéresse (de 200 MeV/c à 300 MeV/c) ces sections efficaces varient très peu, et la valeur calculée de δ_A est comprise entre 0,09 et 0,10.

VII. RESULTATS

L'ensemble des résultats concernant les paramètres de la mesure, les corrections, les taux de comptage et les sections efficaces sont représentés pour chaque point de mesure dans les tableaux VI, VII, VIII et IX.

. Le tableau VI se rapporte à la voie de normalisation. Il comprend les taux de comptage N' , les sections efficaces de diffusion élastique, ainsi que les corrections ϵ'_R , ϵ'_B et ϵ'_Q .

. Le tableau VII résume l'ensemble des paramètres et corrections ne dépendant pas des coupures cinématiques. Il s'agit successivement du rapport R, des acceptances angulaires et en énergie des aimants 400 et Zéro, et des corrections ϵ_O , ϵ_A , ϵ_T et ϵ_C .

. Le tableau VIII comporte les nombres d'événements simples et multiples obtenus pour chaque point, et les corrections dépendant des coupures correspondantes, soit $\Omega_O^{in}/\Omega_O^{el}$, ϵ_R , ϵ_B et ϵ_D .

. Les sections efficaces de photoproduction virtuelle $d\sigma/d\Omega$ sont alors déduites des relations (VI.3), (VI.17) et (VI.18). Les résultats sont indiqués dans le tableau IX.

Tableau VI

Normalisation

$-q^2 (\text{fm}^{-2})$	1	1	1	2	2	2	2	3	3	3
ϵ	0,650	0,200	0,200	0,619	0,566	0,147	0,147	0,534	0,447	0,150
$N'/10^6$	5,47	41,62	64,16	0,96	3,97	12,23	23,73	5,08	4,19	49,19
$\frac{d\sigma'}{d\Omega} (\mu\text{b/sr})$	0,0149	0,0474	0,0410	0,0088	0,0113	0,0308	0,0308	0,00815	0,0109	0,0222
ϵ'_R	0,881	0,886	0,890	0,886	0,891	0,891	0,897	0,883	0,891	0,889
ϵ'_B	0,974	0,974	0,974	0,975	0,976	0,975	0,976	0,975	0,976	0,975
ϵ'_Q	1,056	1,041	1,060	1,075	1,077	1,077	1,067	1,075	1,090	1,075

Tableau VII

Paramètres et corrections indépendants des coupures cinématiques

$-q^2 (\text{fm}^{-2})$	1	1	1	2	2	2	2	3	3	3
ϵ	0,650	0,200	0,200	0,619	0,566	0,147	0,147	0,534	0,447	0,150
R	1,92	1,92	2,23	2,23	2,23	2,23	2,23	2,23	2,23	2,23
$\left[\frac{\Delta E}{E}\right]_4 (\%)$	7,55	7,55	7,55	7,55	7,55	7,55	7,55	7,55	7,55	7,55
$\Omega_4^{\text{el}} (\text{msr})$	3,325	3,325	4,79	4,75	4,75	4,79	4,79	4,79	4,75	4,79
$\Omega_4^{\text{in}}/\Omega_4^{\text{el}}$	0,947	0,916	0,968	0,996	0,981	0,980	0,987	0,963	0,959	0,970
$\Omega_0^{\text{el}}/\Omega_4^{\text{el}}$			0,981	0,989	0,989	0,981	0,981	0,981	0,989	0,981
ϵ_0	0,814	0,798	0,788	0,833	0,821	0,809	0,788	0,818	0,825	0,812
ϵ_A	0,906	0,906	0,906	0,902	0,902	0,902	0,902	0,900	0,900	0,900
ϵ_T	0,936	0,952	0,980	0,977	0,981	0,987	0,976	0,995	0,995	0,982
ϵ_c	1	1	0,946	0,954	0,954	0,946	0,946	0,954	0,954	0,946

Tableau VIII

Paramètres et corrections dépendant des coupures cinématiques

$-q^2 (\text{fm}^{-2})$	1	1	1	2	2	2	2	3	3	3
ϵ	0,650	0,200	0,200	0,619	0,566	0,147	0,147	0,534	0,447	0,150
Evénements simples : coupures $\pm 4 \%$										
N_s	1073 ± 54	127 ± 17	392 ± 34	419 ± 34	892 ± 52	59 ± 12	115 ± 16	1355 ± 61	391 ± 36	373 ± 32
$\Omega_0^{\text{in}}/\Omega_0^{\text{el}}$			0,994	0,959	0,956	0,989	0,985	0,969	0,944	1,012
ϵ_R	0,860	0,896	0,896	0,846	0,851	0,882	0,882	0,842	0,849	0,869
ϵ_B	0,979	0,990	0,994	0,964	0,965	0,991	0,985	0,982	0,966	0,990
ϵ_D	0,766	0,7685	0,770	0,787	0,790	0,785	0,786	0,796	0,793	0,800
Evénements multiples : pas de coupures										
N_m	154 ± 31	15 ± 12	35 ± 19	52 ± 20	146 ± 32	12 ± 7	12 ± 10	98 ± 30	91 ± 22	22 ± 14
$\Omega_0^{\text{in}}/\Omega_0^{\text{el}}$			1,003	0,974	0,973	0,997	1,007	0,969	0,963	1,015
ϵ_R	0,886	0,924	0,936	0,876	0,880	0,914	0,900	0,890	0,875	0,909
ϵ_B	0,982	0,991	0,995	0,970	0,971	0,992	0,986	0,987	0,971	0,992
ϵ_D	0,792	0,803	0,802	0,817	0,827	0,819	0,818	0,820	0,828	0,829

Tableau IX

Sections efficaces de photoproduction virtuelle

$-q^2 (\text{fm}^{-2})$	1	1	2	2	2	3	3	3
ϵ	0,650	0,200	0,619	0,566	0,147	0,534	0,447	0,150
$\frac{d\sigma}{d\Omega} (\mu\text{b/sr})$	$11,6^{+1,0}_{-0,6}$	$8,1 \pm 0,7$	$11,8 \pm 1,0$	$11,4 \pm 0,7$	$6,8 \pm 0,8$	$11,3 \pm 0,5$	$10,3 \pm 0,9$	$6,3 \pm 0,5$
$\frac{d\sigma_T}{d\Omega} (\mu\text{b/sr})$	$6,5^{+1,0}_{-1,1}$		$5,2 \pm 1,1$			$4,3 \pm 0,7$		
$\frac{d\sigma_L}{d\Omega} (\mu\text{b/sr})$	$7,8^{+3,1}_{-2,0}$		$10,8 \pm 2,2$			$13,1 \pm 1,8$		

1. Sections efficaces.

Il convient d'effectuer quelques remarques au sujet de ces résultats.

. Pour le point $q^2 = -2 \text{ fm}^{-2}$, $\epsilon = 0,147$, la section efficace $d\sigma/d\Omega$ résulte de la combinaison des deux mesures effectuées.

. Pour des raisons que nous avons déjà citées, les angles solides des aimants 400 et Zéro diffèrent notablement pour deux des trois points de mesure à $q^2 = -1 \text{ fm}^{-2}$.

. Pour ces deux points nous ne disposons pas de la mesure du rapport $\Omega_0^{el}/\Omega_4^{el}$, de telle sorte que l'angle solide Ω_0^{in} est déduit directement du calcul de simulation.

. Toujours pour ces deux points de mesure, le rapport R mesuré est supérieur de 10 % environ à la valeur attendue. Cet écart restant inexpliqué, nous devons dilater dans la même proportion l'erreur sur la section efficace.

. Pour cette dernière raison le point correspondant à $\epsilon = 0,200$ n'est pas pris en compte dans la détermination des sections efficaces transversale et longitudinale.

La figure 42 représente, pour chaque valeur du quadrimoment de transfert, la variation de la section efficace de photoproduction virtuelle en fonction de la polarisation du photon. Une méthode des moindres carrés nous permet de déterminer la droite $d\sigma/d\Omega = d\sigma_T/d\Omega + \epsilon d\sigma_L/d\Omega$, et d'en déduire les contributions $d\sigma_T/d\Omega$ et $d\sigma_L/d\Omega$ des photons transversaux et longitudinaux. Les résultats figurent également au tableau IX.

2. Erreurs.

Les erreurs relatives aux sections efficaces de photoproduction virtuelle,

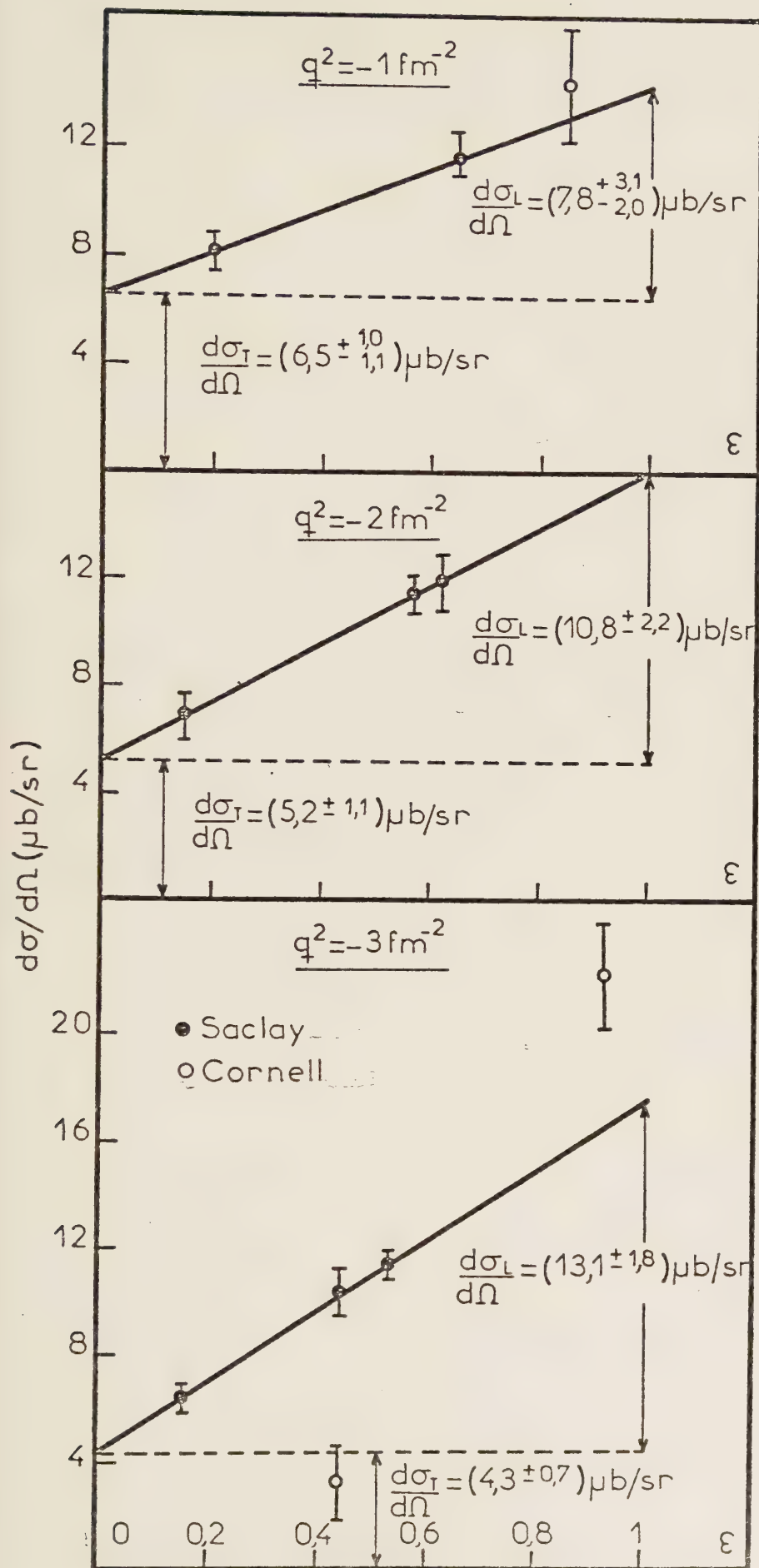


Fig. 42

Sections efficaces de photo-
production virtuelle

indiquées au tableau IX, sont d'origine purement statistique. Nous devrions en toute rigueur les combiner avec d'éventuelles erreurs systématiques pouvant provenir de :

- . la normalisation ($\leq 2 \%$)
- . la mesure du rapport R ($\leq 2 \%$)
- . la mesure de l'acceptance $\left[\frac{\Delta E}{E} \right]_4$ ($\leq 2 \%$)
- . la mesure du rapport $\Omega_0^{el} / \Omega_4^{el}$ ($\leq 2 \%$)
- . le calcul de simulation conduisant à une erreur globale sur le produit $\Omega_0^{in} / \Omega_0^{el} \epsilon_R \epsilon_B \epsilon_D$ inférieure ou égale à 3 %
- . la mesure de l'efficacité de la voie pion ($\leq 3 \%$).

Les erreurs commises sur les autres corrections sont inférieures à 1 % et peuvent être négligées.

Cependant, alors que les erreurs statistiques portant sur les sections efficaces $d\sigma/d\Omega$ doivent être combinées dans la détermination des sections efficaces transversales $d\sigma_T/d\Omega$ et longitudinales $d\sigma_L/d\Omega$, les erreurs provenant des paramètres et corrections de la liste ci-dessus ne doivent être appliquées qu'une fois. En effet; mis à part la normalisation, ces paramètres et corrections peuvent être mis en facteur dans les sections efficaces $d\sigma/d\Omega$, en particulier en ce qui concerne la voie pion puisque les particules détectées ont la même énergie quelque soit la valeur de ϵ pour un q^2 donné.

Dans ces conditions ces diverses erreurs peuvent être négligées devant les erreurs statistiques portant sur les sections efficaces $d\sigma_T/d\Omega$ et $d\sigma_L/d\Omega$, variant de 15 % à 25 % suivant les points de mesure.

3. Conclusion

Nous avons également représenté à la figure 42 les résultats de Cornell (11). Les mesures ont été réalisées pour la même énergie $W = 1175$ MeV, et pour des quadrimoments $q^2 = -1$ et -3 fm⁻². Les caractéristiques du faisceau d'électrons de Cornell, intensité et cycle utile, n'ont pas permis d'atteindre des valeurs de ϵ inférieures à 0,44. De plus la précision insuffisante de ces mesures interdit la séparation des sections efficaces transversale et longitudinale.

En définitive, ces résultats reflètent bien la difficulté, mais aussi l'intérêt, de mesures à faible valeur de ϵ avec une précision suffisante pour extraire la contribution des photons longitudinaux.

Chapitre VII

INTERPRETATION DES RESULTATS

La technique de séparation des contributions transverse et longitudinale, alliée au procédé de normalisation que nous avons adopté, nous permet donc d'obtenir les valeurs absolues des sections efficaces transversale et longitudinale. Dans ce dernier chapitre nous comparons tout d'abord nos valeurs expérimentales de la section efficace transversale aux prédictions du modèle isobarique [17]. Nos mesures de la section efficace longitudinale sont interprétées en terme de facteur de forme du pion de deux façons différentes :

. Tout d'abord dans le cadre de l'approximation de Born pseudoscalaire, décrite au chapitre III, et consistant à ne prendre en compte que les termes de Born usuels, calculés à partir d'un couplage pion-nucléon de type pseudoscalaire.

. Puis dans le cadre de l'approximation de Born pseudovectorielle, proposée par Dombey et Read [51] afin de tenir compte des contraintes de PCAC et des théorèmes de basse énergie relatifs à l'électroproduction au seuil. Elle consiste en particulier à choisir un couplage pion-nucléon de type pseudovectoriel dans le calcul des termes de Born.

Dans les deux cas, nous donnons une valeur expérimentale du rayon électromagnétique du pion que nous comparons aux résultats existant à ce jour.

I. SECTIONS EFFICACES TRANSVERSALES.

Nos résultats sont représentés à la figure 43, ainsi que les prédictions du modèle isobarique de G. Cochard, dont nous avons décrit les caractéristiques essentielles au chapitre II.

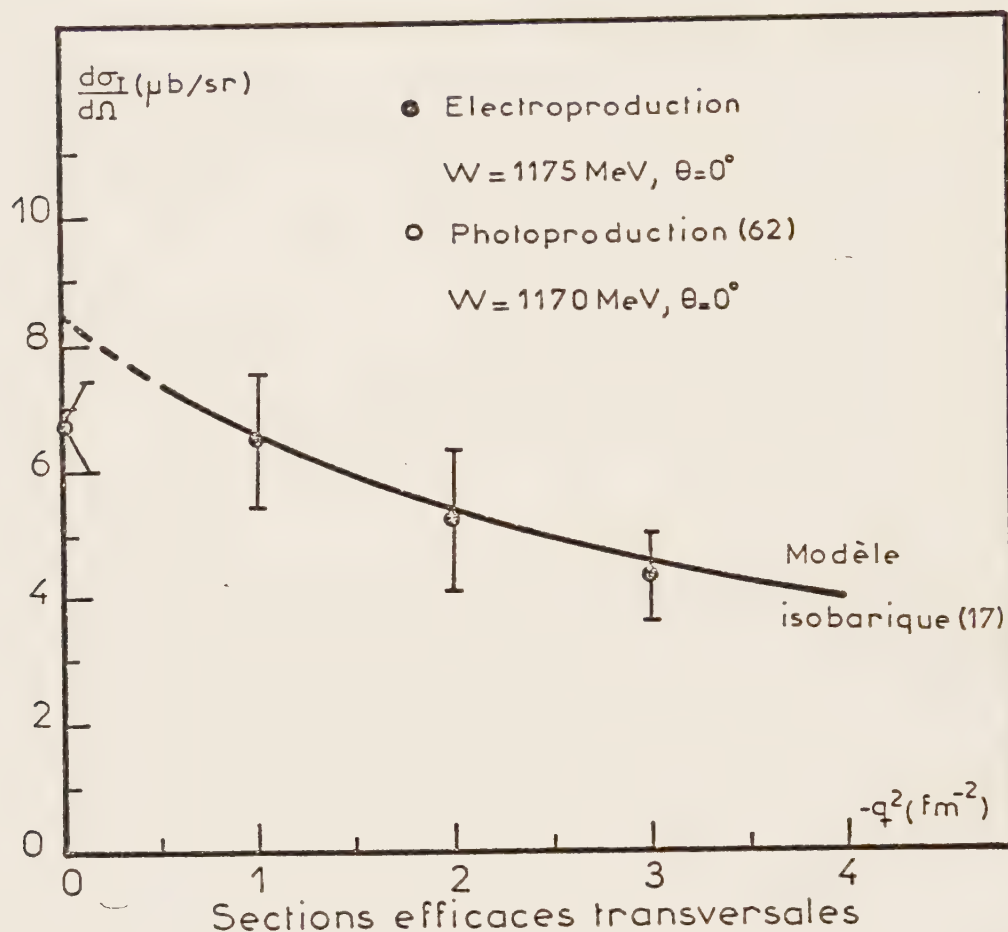


Fig. 43

Nous résumons au tableau X les contributions non négligeables dans le cas de la cinématique que nous avons choisie ($W = 1175 \text{ MeV}, \theta = 0^\circ$). Elles proviennent des termes d'échange des nucléons, des termes isobariques dans les voies s et u, et des termes d'interférence entre ces différentes contributions.

Les facteurs de forme du proton utilisés dans ce calcul sont ceux de la référence [5], alors que les facteurs de forme du neutron sont donnés par la relation (A, 12) et (A, 13) de l'appendice A.

Les autres paramètres arbitraires intervenant dans le modèle, en particulier ceux décrivant l'échange de l'isobare Δ_{33} , ont été ajustés par

Tableau X

Contributions à la section efficace transversale

q^2 (fm ⁻²)	Sections efficace transversale (μb/sr)				
	Modèle isobarique [17]				Mesure
	Termes de Born	Termes isobariques	Termes d' interférence	$\frac{d\sigma_T}{d\Omega}$	$\frac{d\sigma_T}{d\Omega}$
- 1	10,0	0,6	- 4,1	6,5	$6,5 \pm 1,0$ $- 1,1$
- 2	8,8	0,7	- 4,2	5,3	$5,2 \pm 1,1$
- 3	7,8	0,8	- 4,1	4,5	$4,3 \pm 0,7$

G. Cochard grâce à l'ensemble des résultats expérimentaux de photoproduction et d'électroproduction dans la région d'énergie de la résonance Δ_{33} .

Nous ne pouvons que constater le très bon accord entre nos valeurs expérimentales et les prédictions du modèle isobarique.

Nous avons également représenté à la figure 43 une mesure de photoproduction réelle ($q^2 = 0$) effectuée dans des conditions cinématiques très proches des nôtres [62] : $W = 1170$ MeV, $\theta = 0^\circ$. Cette mesure est en assez bon accord avec nos résultats obtenus pour $q^2 = -1, -2$ et -3 fm⁻².

II. SECTIONS EFFICACES LONGITUDINALES DANS L'APPROXIMATION DE BORN PSEUDO-SCALAIRE.

La figure 44 représente nos mesures de la section efficace longitudinale confrontées aux prédictions de l'approximation de Born pseudoscalaire.

Les trois courbes correspondent aux hypothèses suivantes pour le facteur de forme du pion :

$$\textcircled{1} \quad F_\pi(q^2) = F_\rho(q^2)$$

$F_\rho(q^2)$ est la forme polaire (I, 8) déduite de l'hypothèse de la prédominance vectorielle.

$$\textcircled{2} \quad F_{\pi}(q^2) = F_1^V(q^2)$$

$F_1^V(q^2)$ est la partie isovectorielle du facteur de forme de Dirac des nucléons.

$$\textcircled{3} \quad F_{\pi}(q^2) = G_{Ep}(q^2)$$

$G_{Ep}(q^2)$ est le facteur de forme électrique du proton.

Les facteurs de forme des nucléons sont également ceux utilisés dans le calcul de la section efficace transversale.

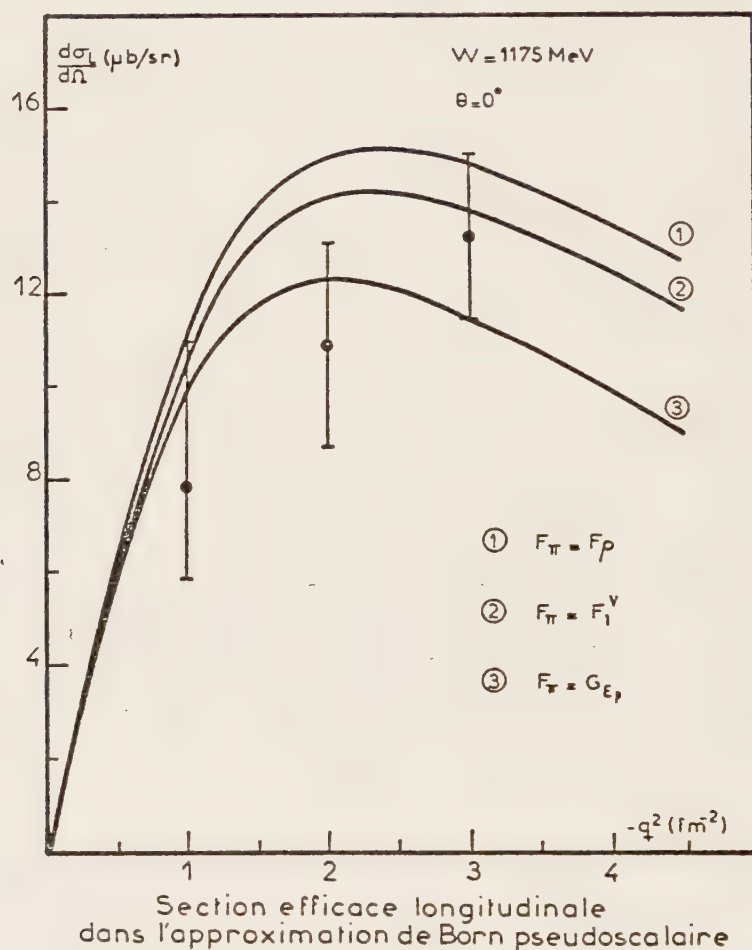


Fig. 44

Les coefficients c_1 , c_2 et c_3 intervenant dans la décomposition (III, 7) de la section efficace longitudinale sont résumés au tableau XI, ainsi que les valeurs obtenues pour le facteur de forme du pion $F_{\pi}(q^2)$. La deuxième série de valeurs $F_{\pi}^*(q^2)$ correspond à une détermination du facteur de forme sans séparation des contributions transversales et longitudinales. Nous avons simplement soustrait la section efficace transversale grâce au calcul du modèle isobarique sans introduire d'erreur supplémentaire pouvant provenir du modèle.

Tableau XI
Section efficace longitudinale et facteur de forme du pion
dans l'approximation de Born pseudoscalaire.

q^2 (fm ⁻²)	c_1 (μb/sr)	c_2 (μb/sr)	c_3 (μb/sr)	$F_\pi(q^2)$	$F_\pi^*(q^2)$
- 1	11,3	1,3	0	$0,774 \pm 0,165$ $- 0,104$	$0,780 \pm 0,085$ $- 0,047$
- 2	14,2	4,0	0,3	$0,730 \pm 0,089$	$0,722 \pm 0,037$
- 3	14,5	5,1	0,45	$0,777 \pm 0,065$	$0,762 \pm 0,029$

La figure 45 permet de comparer nos valeurs $F_\pi^*(q^2)$ à d'autres mesures effectuées pour des quadrimoments q^2 compris entre -1 fm⁻² et -10 fm⁻². Ces résultats sont issus des expériences réalisées successivement à Cornell [11] et Cambridge [12, 13]. Les valeurs du facteur de forme du pion sont déduites de mesures des sections efficaces de photoproduction virtuelle après soustraction des contributions des photons transversaux, les modèles théoriques utilisés étant respectivement ceux de Zagury [22], Adler [23] et Berends [29].

Nous remarquons immédiatement la grande dispersion de l'ensemble des points expérimentaux autour des trois paramétrisations usuelles de $F_\pi(q^2)$. Cela peut s'expliquer par le fait que les erreurs indiquées sont d'origine expérimentale seulement, et qu'il n'est pas tenu compte de l'incertitude introduite par le modèle théorique utilisé. Aussi la précision de ces mesures nous semble-t-elle surestimée, en particulier dans le cas de l'expérience [13].

En fait dans un article récent [14] les auteurs de cette expérience montrent que le modèle de Berends sous-estime largement la section efficace transversale à haute énergie ($W > 2$ GeV). Une séparation expérimentale des contributions transversales et longitudinales fait apparaître un écart entre les mesures de $d\sigma_T/d\Omega$ et les prédictions théoriques, pouvant atteindre un facteur 10 pour les grandes valeurs de q^2 . Cet écart proviendrait de ce que d'importantes contributions isoscalaires non résonnantes sont négligées dans le modèle. Dans ces conditions, les valeurs obtenues pour le facteur de forme du pion sont surestimées, et les données de cette expérience doivent être soumises à une nouvelle analyse. Ces résultats ne font que renforcer l'idée selon laquelle la détermination du facteur de forme du pion à partir de mesures d'électroproduction nécessite la mesure directe de la section efficace longitudinale.

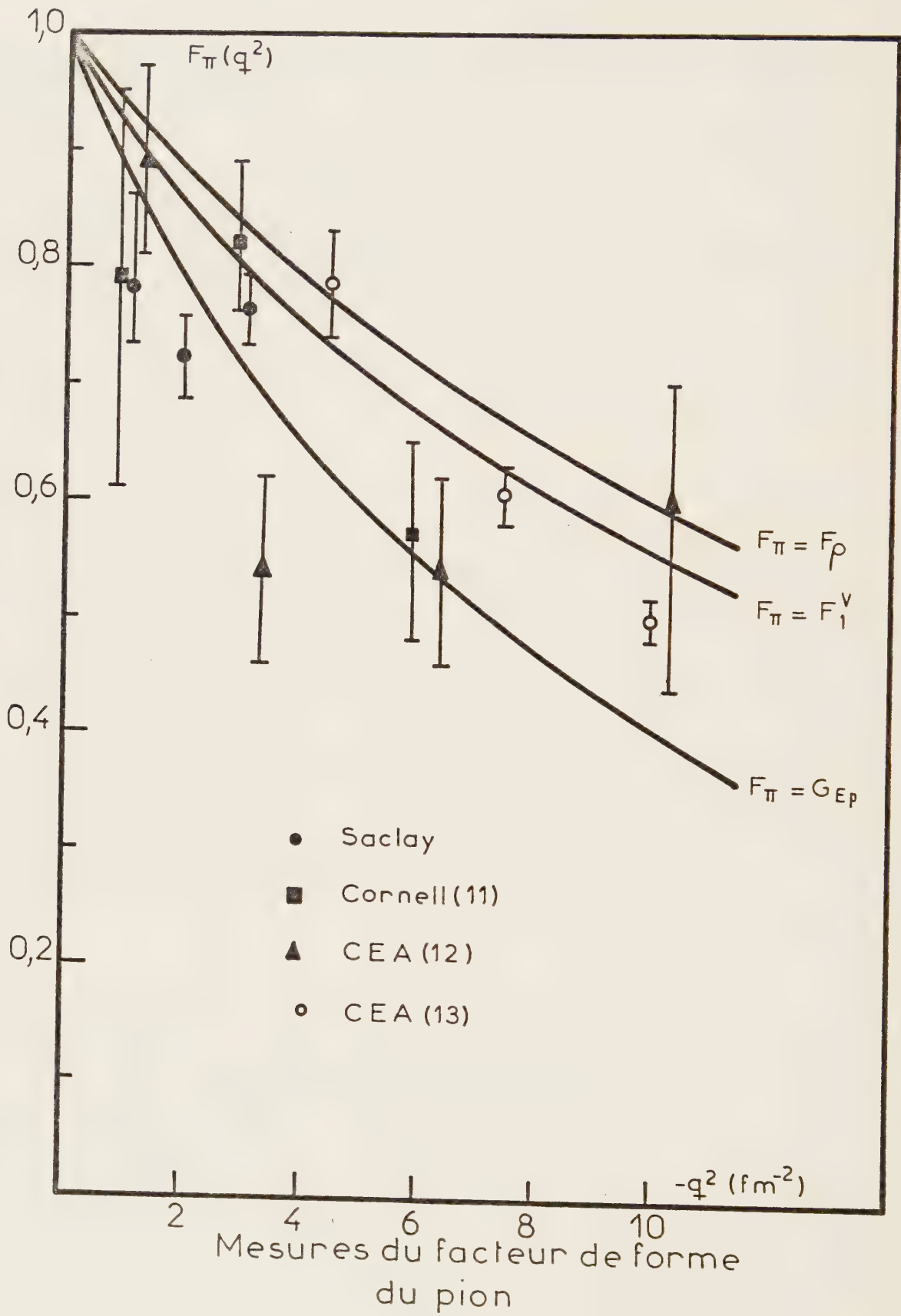


Fig. 45

III. SECTION EFFICACE LONGITUDINALE DANS L'APPROXIMATION DE BORN PSEUDO-VECTORIELLE.

Rappelons tout d'abord les arguments de Dombey et Read [51], basés sur la relation PCAC et les théorèmes de basse énergie relatifs à la production de pion au seuil, et conduisant au choix d'un couplage pion-nucléon de type pseudovectoriel.

1. Théorèmes de basse énergie et relation PCAC.

En partant de l'hypothèse de la conservation du courant vectoriel axial

$$\partial^\mu A_\mu = 0 \quad (\text{VII.1})$$

l'algèbre des courants a permis d'obtenir des informations sur les amplitudes de photoproduction et d'électroproduction au seuil. C'est ainsi qu'ont été établis les théorèmes de Kroll-Ruderman [63] pour la photoproduction, puis de Nambu et Schrauner [64] pour l'électroproduction. Dans ce dernier cas l'amplitude se décompose en :

$$\mathcal{A} = \epsilon^\mu k^\nu R_{\mu\nu} + \epsilon^\mu C_\mu \quad (\text{VII.2})$$

$R_{\mu\nu}$ est l'élément de matrice du produit ordonné par rapport au temps des courants vectoriel et vectoriel axial.

C_μ est l'élément de matrice du commutateur de ces deux courants.

La contribution de ce dernier terme à l'amplitude $\mathcal{A}$ est simplement :

$$\epsilon^\mu C_\mu = \frac{eg}{2M} \bar{u}_2 \not{\epsilon} \gamma_5 u_1 F_A(q^2) \quad (\text{VII.3})$$

$F_A(q^2)$ est le facteur de forme axial du nucléon.

Les autres notations sont définies au chapitre II.

La décomposition (VII.2) de l'amplitude correspond en fait à la production de pions de masse nulle. En effet la divergence du courant axial est donnée par la relation de Gell-Mann et Lévy [65] :

$$\partial^\mu A_\mu = \mu^2 f_\pi \phi \quad (\text{VII.4})$$

f_π est la constante de désintégration du pion et ϕ le champ du pion. Cette relation (VII.4) est plus connue sous le nom de relation PCAC ("Partially Conserved Axial vector Current"). Le courant vectoriel axial n'est conservé que si la masse μ du pion tend vers zéro.

Dombey et Read ont montré qu'en effectuant le changement $A_{\mu} \rightarrow A_{\mu} + f_{\pi} \partial_{\mu} \phi$ la relation (VII,2) peut s'appliquer à la production de pions de masse finie. $R_{\mu\nu}$ se décompose alors en deux parties, l'une $R_{\mu\nu}^P$ correspondant aux termes polaires, l'autre $R_{\mu\nu}^C$ au "continuum", c'est-à-dire essentiellement aux termes résonnants des voies s et u. La région du seuil est définie par $k_{\mu} \rightarrow 0$, de telle sorte que les contributions à l'amplitude d'électroproduction au seuil sont par ordre d'importance :

- . le terme en $F_A(q^2)$, de loin le plus important car il ne comporte pas k_{μ} en facteur.
- . les termes polaires provenant de $R_{\mu\nu}^P$.
- . les termes provenant de $R_{\mu\nu}^C$.

Ces deux dernières contributions ne constituent qu'une petite correction à la première. Dans ces conditions, l'amplitude dipolaire électrique E_{0+}^- , dominante dans la région du seuil, est pratiquement proportionnelle à $F_A(q^2)$.

Par contre, l'approximation de Born pseudoscalaire appliquée à la région du seuil conduit à :

$$\left[E_{0+}^- \right]_{PS} = \frac{eg}{2M} F_1^V(q^2) . \quad (VII.5)$$

Il existe donc une incompatibilité entre les deux descriptions, algèbre des courants ou approximation de Born pseudoscalaire, du processus de photoproduction virtuelle au seuil.

2. Couplage pion-nucléon pseudo-vectoriel.

Dombey et Read ont montré que cette incompatibilité peut disparaître. Il suffit pour cela d'utiliser un couplage pion-nucléon pseudovectoriel en $\bar{u}_2 \gamma^{\mu} \gamma_5 u_1 \partial_{\mu}$ au lieu du couplage pseudoscalaire habituel en $\bar{u}_2 \gamma_5 u_1$.

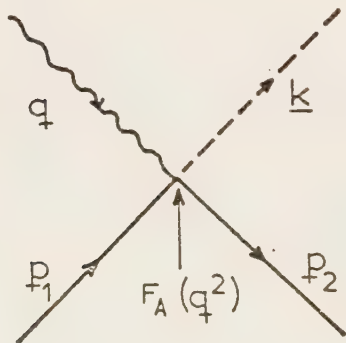


Fig. 46

Terme de contact.

La nature dérivative du couplage pseudo-vectoriel fait apparaître un terme de contact représenté à la figure 46.

A condition d'associer le facteur de forme axial du nucléon au vertex de ce diagramme, nous retrouvons parfaitement les résultats de l'algèbre des courants. Les contributions supplémentaires à l'amplitude $\mathcal{A}$ introduites par le couplage pseudovectoriel sont en effet :

$$a_{PV} - a_{PS} = -\frac{eg}{2M} \left[F_A(q^2) - F_1^V(q^2) \right] \bar{u}_2 \gamma_5 \not{\epsilon} u_1 - \frac{eg}{8M^2} \left[F_2^S(q^2) + F_2^V(q^2) \right] \bar{u}_2 \gamma_5 [\not{\epsilon}, \not{q}] u_1 \quad (VII.6)$$

Notons que le premier des deux termes de la relation (VII.6) est de loin le plus important, de telle sorte que la différence essentielle entre les deux traitements, pseudoscalaire ou pseudovectoriel, provient d'un terme proportionnel à $F_A(q^2) - F_1^V(q^2)$.

Traduite en termes d'amplitudes invariantes, la relation (VII.6) conduit à :

$$\left[A_1^{+,0} \right]_{PV} - \left[A_1^{+,0} \right]_{PS} = -\frac{eg}{4M^2} F_2^{V,S}(q^2) \quad (VII.7)$$

$$\left[A_6^- \right]_{PV} - \left[A_6^- \right]_{PS} = \frac{eg}{2M} \frac{F_A(q^2) - F_1^V(q^2)}{q^2}$$

D'après les relations de définition (II, 50) des matrices de Dennery, seules les amplitudes invariantes A_1 et A_6 interviennent au seuil car $k_\mu \rightarrow 0$. La contribution supplémentaire au dipôle électrique E_{0+}^- est alors :

$$\left[E_{0+}^- \right]_{PV} - \left[E_{0+}^- \right]_{PS} = \frac{eg}{2M} \left[F_A(q^2) - F_1^V(q^2) \right] \quad (VII.8)$$

En combinant cette expression avec la relation (VII.5) nous obtenons :

$$\left[E_{0+}^- \right]_{PV} = \frac{eg}{2M} F_A(q^2). \quad (VII.9)$$

Le problème du choix du couplage pion-nucléon existe également dans le cas de la photoproduction au seuil. En particulier les sections efficaces de photoproduction de π^0 , calculées dans le cadre de l'approximation de Born pseudoscalaire, sont très inférieures aux résultats expérimentaux [21,51]. Là encore le choix d'un couplage pion-nucléon pseudovectoriel semble résoudre ces difficultés.

Pour conclure nous remarquerons que, dans le cas où $F_A(q^2)$ serait égal à $F_1^V(q^2)$, les deux traitements conduiraient pratiquement au même résultat pour la section efficace d'électroproduction. Nous verrons cependant que les mesures du facteur de forme axial du nucléon ne semblent pas confirmer cette hypothèse. Dans ces conditions le traitement de Dombey et Read nous permet

de tenir compte simplement, dans l'interprétation de nos résultats, des effets dus au facteur de forme axial mesuré au seuil.

3. Facteur de forme axial et facteur de forme du pion.

Le choix du couplage pseudovectoriel se traduit donc par l'introduction d'un paramètre supplémentaire dans l'expression des sections efficaces d'électroproduction et en particulier de la section efficace longitudinale : le facteur de forme axial du nucléon $F_A(q^2)$. Dans le cas de l'approximation de Born pseudovectorielle, la section efficace longitudinale est décrite non seulement à partir des termes de Born a, b et c de la figure 10, mais aussi du terme de contact de la figure 46. La décomposition (III, 7) reste valable mais les coefficients c_2 et c_3 dépendent alors du facteur de forme axial.

$F_A(q^2)$ est généralement paramétrisé de la façon suivante :

$$F_A(q^2) = \frac{1}{(1 - q^2/M_A^2)^2} \quad (\text{VII.10})$$

Une revue des différentes mesures de la masse caractéristique M_A figure dans la référence [1]. Elles sont issues soit d'expériences étudiant les réactions du type $\nu_\mu + n \rightarrow \mu^- + p$ ou $\bar{\nu}_\mu + p \rightarrow \mu^+ + n$, soit d'expériences d'électroproduction au seuil. Les valeurs les plus précises sont obtenues à partir d'expériences d'électroproduction en coïncidence réalisées successivement à Frascati [66], DESY [67] et Daresbury [68]. Interprétées grâce au modèle de Dombey et Read, elles conduisent aux résultats suivants :

Frascati : $M_A = 1,14 \pm 0,09 \text{ GeV}$

DESY : $M_A = 1,06 \pm 0,06 \text{ GeV}$

Daresbury : $M_A = 1,20 \pm 0,07 \text{ GeV}$

Read [69] a montré que ces résultats sont pratiquement insensibles au choix des facteurs de forme des nucléons et du facteur de forme du pion utilisés dans l'analyse. Ces valeurs sont parfaitement compatibles entre elles, et nous avons choisi une valeur moyenne, $M_A = 1,12 \pm 0,05 \text{ GeV}$, afin d'extraire le facteur de forme du pion de nos résultats expérimentaux.

D'autres descriptions de l'électroproduction au seuil basées sur l'algèbre des courants et PCAC [70, 71] peuvent être utilisées pour déterminer $F_A(q^2)$ à partir de ces mêmes expériences. Les écarts enregistrés par rapport à l'analyse de Dombey et Read restent de l'ordre des erreurs expérimentales. C'est pourquoi nous utilisons la valeur $M_A = 1,12 \pm 0,05 \text{ GeV}$ issue du modèle de Dombey et Read,

d'autant plus que nous interprétons nos résultats à l'aide de ce même modèle.

Nous comparons à la figure 47 nos mesures de la section efficace longitudinale aux prédictions de l'approximation de Born pseudovectorielle pour les trois hypothèses suivantes (le facteur de forme du pion est pris égal à F_1^V) :

① $M_A = 0,8 \text{ GeV}$

② $M_A = 1,12 \text{ GeV}$

③ $M_A = 1,5 \text{ GeV}$

Les valeurs ① et ③ correspondent grossièrement aux mesures de M_A s'écartant le plus de la valeur que nous avons adoptée.

Cette figure illustre la sensibilité de la section efficace longitudinale au facteur de forme axial.

Nous indiquons au tableau XII les valeurs des coefficients c_1 , c_2 et c_3 obtenues pour un couplage pseudovectoriel et pour $M_A = 1,12 \text{ GeV}$.

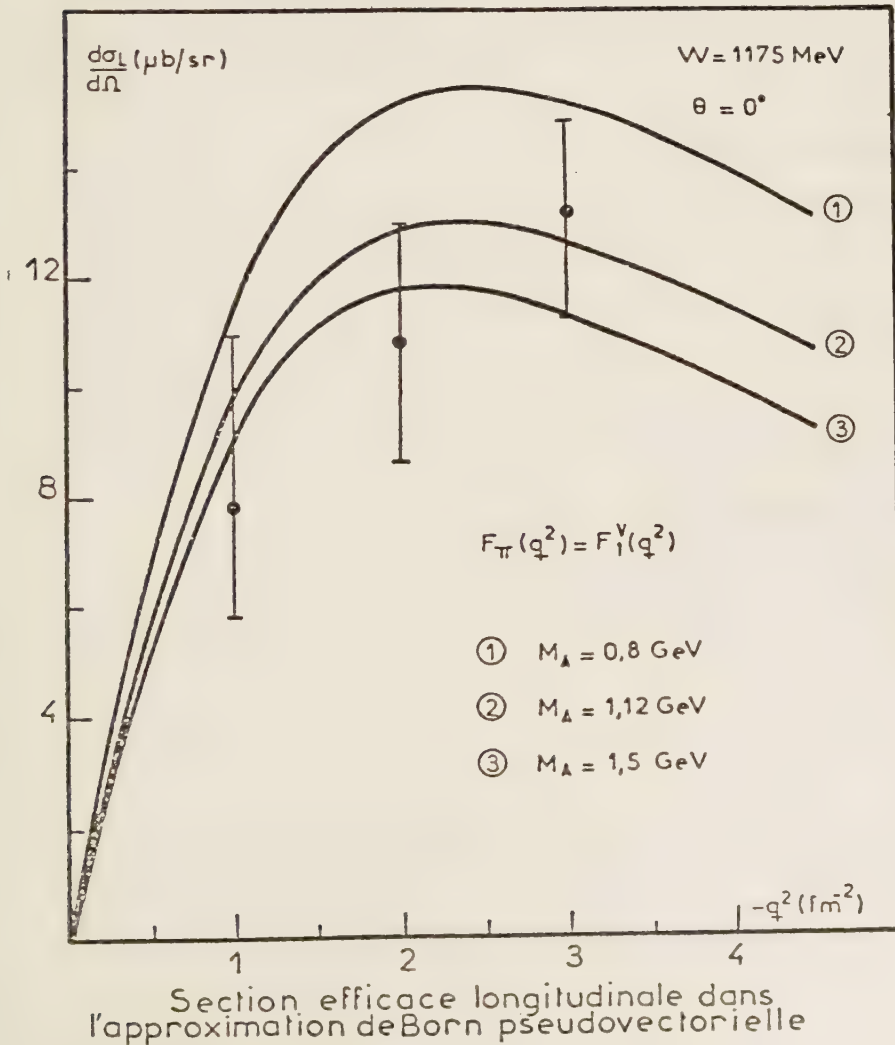


Fig. 47

Tableau XII

Section efficace longitudinale et facteur de forme du pion
dans l'approximation de Born pseudovectorielle

q^2 (fm ⁻²)	c_1 (μb/sr)	c_2 (μb/sr)	c_3 (μb/sr)	$F_\pi(q^2)$
- 1	11,3	0,3	0	0,318 + 0,165 - 0,104
- 2	14,2	2,9	0,15	0,722 ± 0,089
- 3	14,5	3,9	0,25	0,818 ± 0,065

c_1 reste bien entendu inchangé par rapport aux valeurs du tableau XI. c_2 et c_3 sont calculés en ajoutant aux amplitudes invariantes (B,15) les contributions (VII,7). La dernière colonne indique les résultats obtenus pour le facteur de forme du pion.

IV. LE RAYON ELECTROMAGNETIQUE DU PION

Ainsi que nous l'avons noté au chapitre I, nous pouvons déduire le rayon électromagnétique du pion de nos mesures de $F_\pi(q^2)$ grâce à la paramétrisation (I, 4), afin de comparer directement nos résultats aux autres mesures de r_π . Pour chaque quadrimoment, $q^2 = -1, -2$ et -3 fm⁻², nous obtenons une valeur de r_π . Le résultat final provient d'une moyenne de ces trois valeurs, pondérée par les erreurs expérimentales.

1. Couplage pion-nucléon pseudoscalaire.

Le rayon électromagnétique du pion est déduit des valeurs de $F_\pi(q^2)$ du tableau XI. Nous obtenons une valeur sensiblement égale au rayon de charge du proton :

$$r_\pi = (0,83 + 0,11 - 0,13) \text{ fm}$$

$r_p = (0,84 \pm 0,02) \text{ fm}$ d'après les dernières mesures de diffusion élastique d'électrons.

2. Couplage pion-nucléon pseudovectoriel.

Si nous analysons nos données grâce au modèle de Dombey et Read, le résultat obtenu pour le rayon électromagnétique du pion varie en fonction de la valeur du facteur de forme axial $F_A(q^2)$. La figure 48 montre en particulier la sensibilité de r_π à la masse M_A intervenant dans la paramétrisation de $F_A(q^2)$.

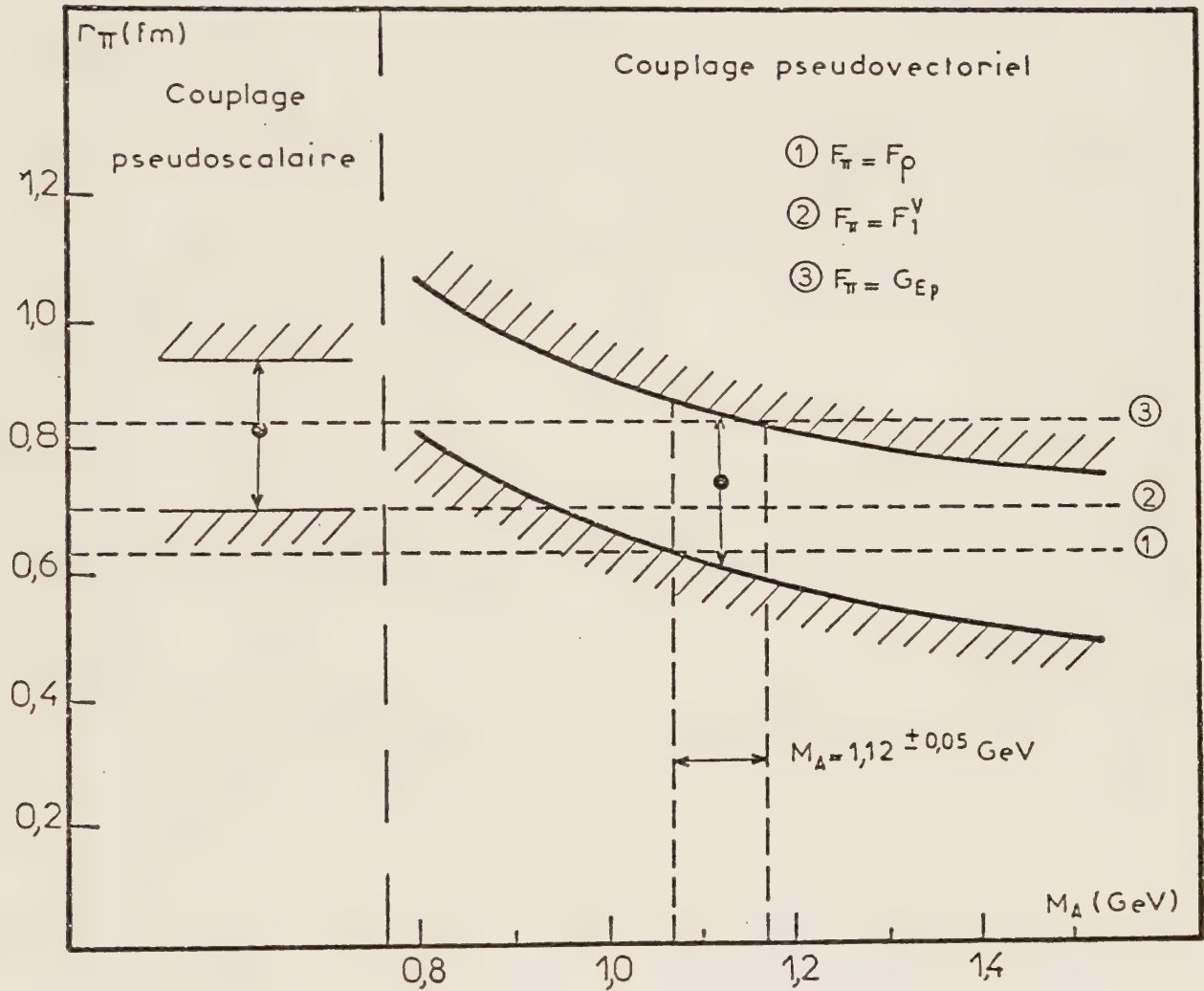


Fig. 48

Rayon électromagnétique du pion.

D'après la valeur expérimentale $M_A = 1,12 \text{ GeV}$ et les valeurs de $F_\pi(q^2)$ du tableau XII nous obtenons :

$$r_\pi = (0,74 \pm 0,11 \text{ } ^{+0,11}_{-0,13}) \text{ fm.}$$

Rappelons que les deux hypothèses suivantes $F_\pi(q^2) = F_1^V(q^2)$ et $F_\pi(q^2) = F_\rho(q^2)$

conduisent respectivement à $r_{\pi} = 0,70$ fm et $r_{\pi} = 0,63$ fm.

3. Comparaison avec les autres mesures de r_{π} .

La figure 49 résume la situation expérimentale actuelle concernant le rayon électromagnétique du pion. Elle permet de comparer nos résultats aux mesures antérieures de r_{π} que nous avons citées au chapitre I, et effectuées aussi bien dans la région espace que dans la région temps.

. Pour ce qui est des mesures issues d'expériences d'électroproduction [11, 12, 13], nous rappelons que les résultats sont fortement dépendants des modèles théoriques utilisés dans l'analyse des données et que la précision indiquée nous semble surestimée.

Il est à noter qu'un traitement analogue, consistant à soustraire la section efficace transversale calculée à partir du modèle isobarique [17], et utilisant les valeurs $F_{\pi}^{*}(q^2)$ du tableau XI, nous conduirait au résultat suivant :

$$r_{\pi} = (0,870 \begin{smallmatrix} + 0,045 \\ - 0,055 \end{smallmatrix}) \text{ fm.}$$

Pour les raisons que nous venons de citer, nous ne retiendrons pas cette valeur.

. Les considérations précédentes sur la dépendance du résultat vis-à-vis d'un modèle théorique valent également pour la mesure d'électroproduction inverse.

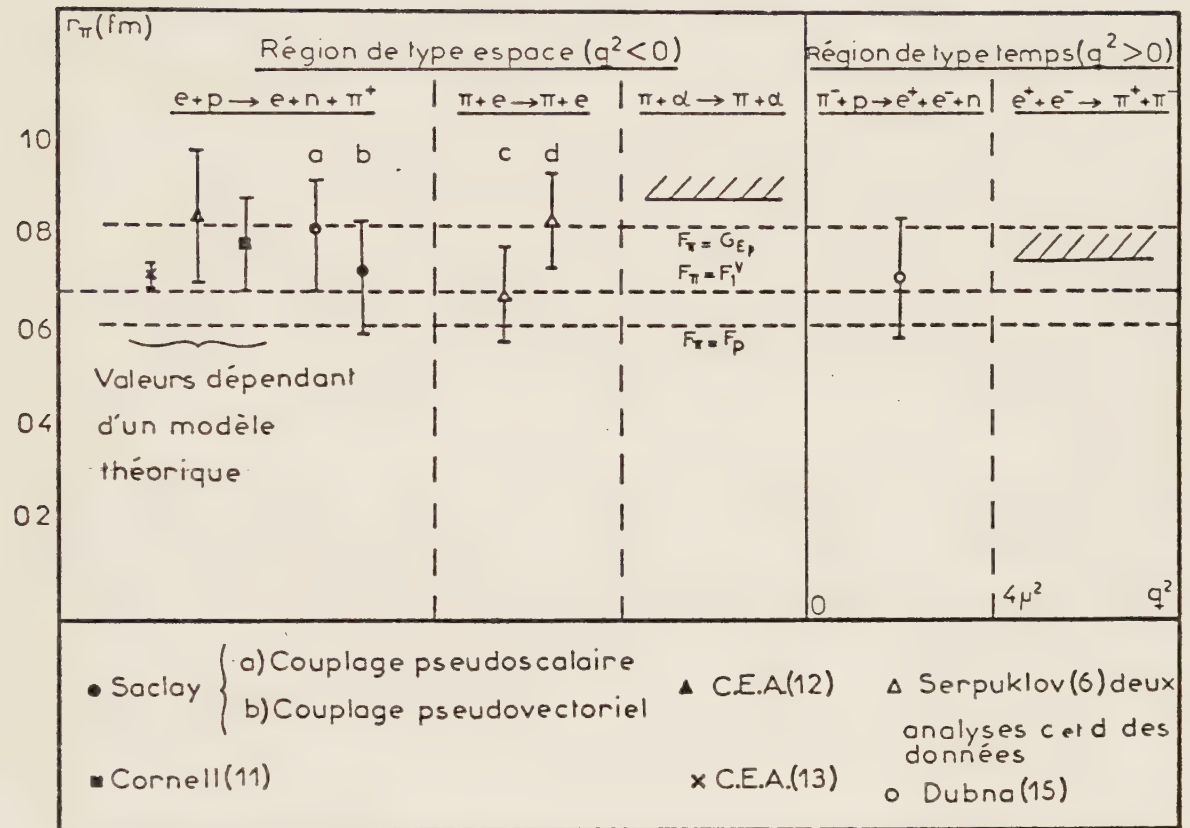
. Nous avons signalé au chapitre I les difficultés d'ordre expérimental rencontrées dans la mesure de diffusion pion-électron. Les deux valeurs de r_{π} indiquées à la figure 49 ne sont autres que les résultats des deux analyses les plus récentes de cette expérience.

. Pour notre part nous retiendrons surtout la valeur de r_{π} déduite de l'approximation de Born pseudovectorielle préconisée par Dombey et Read.

$$r_{\pi} = (0,74 \begin{smallmatrix} + 0,11 \\ - 0,13 \end{smallmatrix}) \text{ fm}$$

Bien que notre expérience ne permette pas de trancher entre les deux analyses théoriques possibles, c'est-à-dire entre les deux types de couplage pion-nucléon, le traitement de Dombey et Read présente l'avantage de rendre compte du processus d'électroproduction aussi bien au seuil qu'à plus haute énergie.

Il permet en particulier de tenir compte des contraintes de PCAC et des effets du facteur de forme axial particulièrement importants au seuil de production d'un pion.



Rayon électromagnétique du pion. Situation expérimentale

Fig. 49

CONCLUSION

Pour la première fois, une expérience d'électroproduction réalisée dans la région d'énergie située en dessous de la première résonance a permis de séparer les contributions des photons transversaux et longitudinaux.

Rappelons tout d'abord les caractéristiques essentielles de cette expérience, consistant à détecter en coïncidence l'électron diffusé et le pion produit.

. Les contraintes expérimentales, portant sur l'énergie du faisceau d'électrons et sur les angles de détection de l'électron et du pion, nous ont conduit à choisir la cinématique suivante pour nos points de mesure :

$$W = 1175 \text{ MeV}, q^2 = -1, -2 \text{ et } -3 \text{ fm}^{-2}.$$

. Les caractéristiques du faisceau d'électrons de Saclay, intensité et cycle utile, nous ont permis de faire varier le taux de polarisation ϵ du photon entre 0,6 et 0,15 environ, et donc de mesurer directement la section efficace longitudinale. Nous avons ainsi évité d'introduire dans l'analyse de nos résultats la description de contributions résonnantes, avec tout ce que cela comporte d'hypothèses et d'incertitudes.

. Nous avons résolu le problème de la détection des pions produits dans la direction du photon virtuel, c'est-à-dire à petit angle par rapport au faisceau d'électrons. Dans ces conditions la contribution contenant le facteur de forme du pion est rendue maximale. La section efficace longitudinale est pratiquement décrite à partir des termes de Born seuls, le terme d'échange

du pion constituant la contribution essentielle.

. Grâce à la normalisation permanente de l'expérience par la diffusion élastique électron-proton, nous avons mesuré les valeurs absolues des sections efficaces de photoproduction virtuelle.

. Enfin notre interprétation présente l'avantage de tenir compte des résultats d'électroproduction au seuil et des effets du facteur de forme axial du nucléon dans la description du processus.

Le résultat que nous avons obtenu pour le rayon électromagnétique du pion, $r_\pi = (0,74 + 0,11 - 0,13) \text{ fm}$, se rapproche sensiblement de la valeur déduite de l'hypothèse $F_\pi(q^2) = F_1^V(q^2)$, soit $r_1^V = 0,70 \text{ fm}$. La précision de cette mesure, de l'ordre de 15 %, est d'origine purement statistique. Elle ne permet pas d'exclure les hypothèses $F_\pi(q^2) = F_\rho(q^2)$ et $F_\pi(q^2) = G_{Ep}(q^2)$, qui conduiraient respectivement à $r_\rho = 0,63 \text{ fm}$ et $r_p = 0,84 \text{ fm}$.

Il serait donc intéressant d'améliorer cette précision en accumulant des données supplémentaires. Sans tenir compte des périodes de mise au point de l'appareillage, les données enregistrées jusqu'à présent ont nécessité l'utilisation de 600 heures de faisceau environ. Un gain d'un facteur deux sur la précision conduirait, dans les mêmes conditions de prises de données, à 1800 heures d'acquisition supplémentaires.

Toutefois, en dehors de la longueur d'une telle expérience, et indépendamment des problèmes d'erreurs systématiques que cela entraînerait, la précision d'une mesure de r_π à partir d'une expérience d'électroproduction ne peut être améliorée indéfiniment. En particulier, nous serions limités très rapidement par des problèmes d'interprétation. La précision requise sur la section efficace longitudinale nous contraindrait sans doute à abandonner l'approximation consistant à ne considérer que les termes de Born. En outre, se poserait le problème de la validité du calcul tenant compte des contraintes de PCAC, ainsi que de l'incertitude sur la connaissance du facteur de forme axial du nucléon.

En définitive, l'étude de la diffusion élastique pion-électron semble être le moyen le plus approprié pour améliorer sensiblement la précision actuelle sur le rayon électromagnétique du pion. L'analyse des données est en effet indépendante de tout modèle théorique. L'expérience projetée à NAL devrait apporter une telle amélioration, à condition toutefois que les problèmes expérimentaux rencontrés à Serpukhov soient résolus.

Appendice A

LES FACTEURS DE FORME DES NUCLEONS

1. Définitions.

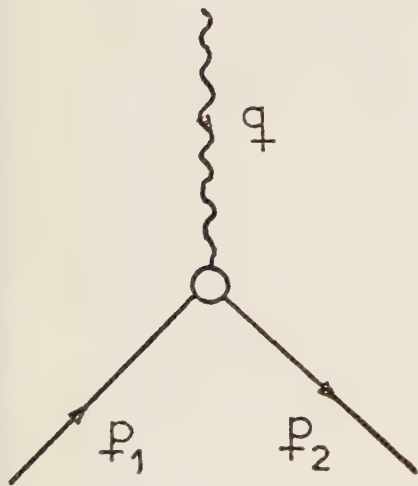


Fig. 50

L'interaction électromagnétique représentée à la figure 50 fait intervenir l'élément de matrice du courant électromagnétique du nucléon J_μ défini par :

$$J_\mu = e \bar{u}_2 \Gamma_\mu u_1 \quad (\text{A.1})$$

u_1 et u_2 sont les spineurs de Dirac des nucléons entrant et sortant.

Le couplage Γ_μ se décompose en :

$$\Gamma_\mu = F_1(q^2) \gamma_\mu + \frac{i}{4M} F_2(q^2) [\gamma_\mu, \not{q}] \quad (\text{A.2})$$

Le terme en γ_μ représente le couplage électromagnétique de Dirac, alors que le commutateur $[\gamma_\mu, \not{q}]$ est associé au couplage induit de Pauli.

Les facteurs de forme de Dirac et de Pauli du nucléon, définis à la relation (A.2), sont liés aux facteurs de forme physiques, électrique et magnétique, par :

$$F_1(q^2) = \frac{G_E(q^2) + \eta G_M(q^2)}{1 + \eta} \quad (\text{A.3})$$

$$F_2(q^2) = \frac{G_M(q^2) - G_E(q^2)}{1 + \eta} \quad (\text{A.4})$$

$$\eta = - \frac{q^2}{4M^2} \quad (\text{A.5})$$

Ces différents facteurs de forme sont définis aussi bien pour le proton que pour le neutron, avec les normalisations suivantes :

$$\begin{aligned} G_{Ep}(0) &= 1 ; & G_{En}(0) &= 0 ; & G_{Mp}(0) &= \mu_p ; & G_{Mn}(0) &= \mu_n \\ F_{1p}(0) &= 1 ; & F_{1n}(0) &= 0 ; & F_{2p}(0) &= \kappa_p ; & F_{2n}(0) &= \kappa_n \end{aligned}$$

μ_p et μ_n sont les moments magnétiques des nucléons, alors que κ_p et κ_n sont les parties anormales de ces moments magnétiques, soit en unités $e/2M$:

$$\mu_p = 2,79 ; \mu_n = -1,91 ; \kappa_p = \mu_p - 1 = 1,79 ; \kappa_n = \mu_n = -1,91.$$

Le courant électromagnétique comportant une composante isoscalaire et une composante isovectorielle, les facteurs de forme des nucléons se décomposent naturellement en une partie isoscalaire et une partie isovectorielle, de telle sorte que :

$$F_{1p}(q^2) = \frac{F_1^S(q^2) + F_1^V(q^2)}{2} \quad (\text{A.6})$$

$$F_{1n}(q^2) = \frac{F_1^S(q^2) - F_1^V(q^2)}{2} \quad (\text{A.7})$$

$$F_{2p}(q^2) = \frac{F_2^S(q^2) + F_2^V(q^2)}{2} \quad (\text{A.8})$$

$$F_{2n}(q^2) = \frac{F_2^S(q^2) - F_2^V(q^2)}{2} \quad (\text{A.9})$$

avec les normalisations :

$$F_1^S(0) = 1 ; F_1^V(0) = 1 ; F_2^S(0) = \kappa_p + \kappa_n = -0,12 ; F_2^V(0) = \kappa_p - \kappa_n = 3,7$$

2. Facteurs de forme du proton.

De nombreuses mesures des facteurs de forme du proton sont issues d'expé-

riences de diffusion d'électrons qui se sont succédées depuis une dizaine d'années [5], [72-84].

A partir des résultats de leur expérience réalisée à Mayence [5], Borkowski et al. ont réalisé un lissage des facteurs de forme $G_{Ep}(q^2)$ et $G_{Mp}(q^2)$. En plus de leurs mesures, qui se situent dans un domaine de quadrimoments de transfert compris entre 0,1 et 10 fm⁻², ils ont également pris en compte les résultats de Bonn [78], DESY [81], NINA [82] et SLAC [83], pour des quadrimoments allant jusqu'à 500 fm⁻².

Le lissage utilisé a pour base le modèle à prédominance vectorielle, qui consiste à assimiler le photon à un ensemble de mésons vecteurs, et qui conduit pour les facteurs de forme à une paramétrisation du type (I. 7) :

$$G(q^2) = \sum_V \frac{a_V m_V^2}{m_V^2 - q^2} \quad (A.10)$$

Borkowski et al. ont limité leur série à quatre termes, de telle sorte que seuls les mésons ρ , ρ' , ω et ϕ sont pris en compte. De plus, ils ne se sont imposés que deux des quatre masses m_V , celles des mésons ρ et ρ' . Les paramètres ajustables du lissage sont donc au nombre de cinq pour chaque facteur de forme : Les deux autres masses m_V et les paramètres a_V satisfaisant la condition de normalisation :

$$\sum_{V=1}^4 a_V = 1. \quad (A.11)$$

Les valeurs optimales des a_V et m_V sont résumées au tableau XIII.

Tableau XIII

$G_{Ep}(q^2)$		$G_{Mp}(q^2)$	
a_V	$m_V^2(\text{fm}^{-2})$	a_V	$m_V^2(\text{fm}^{-2})$
0,219	3,53	0,794	8,73
1,371	15,02	0,594	15,02
- 0,634	44,08	- 0,393	44,08
0,044	154,20	0,005	355,40

Dans le domaine de quadrimoment qui nous intéresse ($|q^2| < 10 \text{ fm}^{-2}$ pour la diffusion élastique et $|q^2| \leq 3 \text{ fm}^{-2}$ pour l'électroproduction), le lissage de Borkowski et al. reproduit les résultats expérimentaux des références [5] et [82] avec une précision supérieure à 1 %.

Il convient de remarquer que ce lissage quadripolaire diffère de 3 à 4 % du lissage de type dipolaire (1,9) fréquemment utilisé pour $G_{Ep}(q^2)$. Cette dernière paramétrisation du facteur de forme électrique du proton provient de mesures plus anciennes et moins précises que celles des références [5] et [82].

3. Facteurs de forme du neutron.

Il est également important de connaître les facteurs de forme électromagnétique du neutron, car ils interviennent directement dans le calcul de la section efficace d'électroproduction par l'intermédiaire du terme de Born de la voie u. Ils sont mesurés à partir d'expériences de diffusion élastique d'électrons sur le deutérium, d'électrodésintégration du deutérium, ou encore à partir de la diffusion de neutrons thermiques par les électrons atomiques pour les très petites valeurs de q^2 [85 à 90].

Les mesures du facteur de forme électrique du neutron $G_{En}(q^2)$ sont pratiquement toutes compatibles avec :

$$G_{En}(q^2) = 0 \quad (\text{A.12})$$

Pour $|q^2| < 3 \text{ fm}^{-2}$, les mesures de $G_{En}(q^2)$ s'écartent de cette valeur de 0,03 au maximum. Un tel écart n'est pas de nature à modifier sensiblement la valeur de la section efficace d'électroproduction.

Les mesures du facteur de forme magnétique du neutron $G_{Mn}(q^2)$ en fonction de q^2 indiquent une variation identique à celle de $G_{Mp}(q^2)$, le coefficient de proportionnalité étant le rapport des moments magnétiques du neutron et du proton:

$$G_{Mn}(q^2) = \frac{\mu_n}{\mu_p} G_{Mp}(q^2) \quad (\text{A.13})$$

Cette relation est vérifiée expérimentalement à 3 % près environ.

Dans tous les calculs, aussi bien de diffusion élastique que d'électroproduction, nous utilisons le lissage de Borkowski et al. pour les facteurs de forme électromagnétiques du proton, et les valeurs (A.12) et (A.13) pour ceux du neutron.

Appendice B

LES TERMES DE BORN

L'approximation de Born relative à l'échange d'un nucléon et d'un pion consiste à calculer, à l'aide des règles de Feynman, les amplitudes relatives à chacun des diagrammes a, b, et c de la figure 10.

1. Terme de Born de la voie s

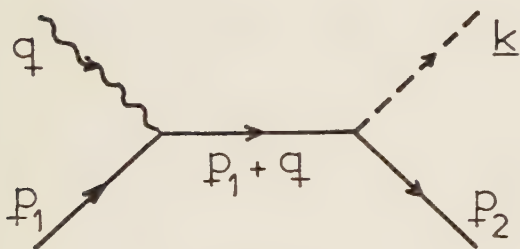


Fig. 51

Pris entre les états initial et final, l'élément de matrice du courant électromagnétique relatif au terme de Born dans la voie s se décompose en :

$$J_\mu = eg \bar{u}_2 \gamma_5 \frac{1}{\not{p}_1 + \not{q} - M} (F_1 \gamma_\mu + i \frac{F_2}{2M} \sigma_{\mu\nu} q^\nu) u_1 \quad (\text{B.1})$$

u_1 et u_2 sont les spineurs de Dirac des nucléons entrant et sortant.

Nous avons défini à l'appendice A le couplage au vertex photon-nucléon ainsi que les facteurs de forme de Dirac F_1 et de Pauli F_2 des nucléons.

$\sigma_{\mu\nu}$ représente le commutateur des matrices de Dirac : $\sigma_{\mu\nu} = \frac{i}{2} [\gamma_\mu, \gamma_\nu]$

$$\frac{1}{\not{p}_1 + \not{q} - M} = \frac{\not{p}_1 + \not{q} + M}{s - M^2} \text{ représente le propagateur du nucléon échangé.} \quad (\text{B.2})$$

$g\gamma_5$ constitue le couplage pseudoscalaire généralement utilisé pour décrire le vertex pion-nucléon. g est la constante de couplage fort, alors que la matrice γ_5 tient compte de la nature pseudoscalaire du pion produit.

Nous en déduisons l'amplitude pour le terme de Born de la voie :

$$\epsilon^\mu J_\mu = eg\bar{u}_2\gamma_5\epsilon^\mu \frac{\not{p}_1 + \not{q} + M}{s - M^2} (F_1\gamma_\mu + i\frac{F_2}{2M}\sigma_{\mu\nu}q^\nu)u_1. \quad (B.2)$$

Compte tenu de :

- . l'équation de Dirac pour le nucléon entrant $\not{p}_1 u_1 = Mu_1$,
- . des relations d'anticommutation des matrices γ : $\gamma_\mu\gamma_\nu + \gamma_\nu\gamma_\mu = 2\delta_{\mu\nu}$,
- . de la conservation du courant électromagnétique des électrons $\epsilon^\mu q_\mu = 0$, cette amplitude peut se développer en :

$$\begin{aligned} \epsilon^\mu J_\mu = eg\bar{u}_2\gamma_5\epsilon^\mu & \left[\frac{F_1}{s-M^2} (2p_{1\mu} - \gamma_\mu \not{q}) + \frac{F_2}{2M} \gamma_\mu \right. \\ & \left. - \frac{F_2}{M(s-M^2)} (p_{1\mu} \not{q} + M\gamma_\mu \not{q}) \right] u_1 \end{aligned} \quad (B.3)$$

En introduisant le quadrivecteur $\underline{P} = \frac{1}{2}(p_1 + p_2)$, la relation précédente devient :

$$\begin{aligned} \epsilon^\mu J_\mu = eg\bar{u}_2\gamma_5 & \left[\frac{F_1}{s-M^2} (2\underline{\epsilon} \cdot \underline{P} + \underline{\epsilon} \cdot \underline{k} - \not{\epsilon} \not{q}) + \frac{F_2}{2M} \not{\epsilon} \right. \\ & \left. - \frac{F_2}{2M(s-M^2)} (2\underline{\epsilon} \cdot \underline{P} \not{q} + \underline{\epsilon} \cdot \underline{k} \not{q} + 2M \not{\epsilon} \not{q}) \right] u_1. \end{aligned} \quad (B.4)$$

Compte tenu des relations de définition (II, 50) des matrices M_i de Dennery, et de la relation $4\underline{q} \cdot \underline{P} = s - u$, l'amplitude $\epsilon^\mu J_\mu$ se décompose en :

$$\epsilon^\mu J_\mu = \frac{eg}{s-M^2} \left[-F_1 M_1 + \frac{2F_1}{t-\mu} M_2 + \frac{F_2}{2M} (M_3 + M_4) + \frac{F_1}{2} \left(1 - \frac{s-u}{t-\mu}\right) M_5 \right]. \quad (B.5)$$

La décomposition de l'amplitude dans l'espace des isospins consiste à introduire l'opérateur τ_α au vertex pion-nucléon (α est l'indice d'isospin du pion produit), et à décomposer le courant électromagnétique en une partie isoscalaire et une partie isovectorielle. Ceci revient à remplacer les facteurs

de forme $F_{1,2}$ par les opérateurs $\frac{1}{2}(F_{1,2}^S + \tau_3 F_{1,2}^V)$. τ_3 est la matrice de Pauli relative à l'isospin. $F_{1,2}^S$ et $F_{1,2}^V$ sont les facteurs de forme isoscalaires et isovectoriels des nucléons définis à l'appendice A.

Les composantes isoscalaires A_i^0 des amplitudes invariantes sont les coefficients de τ_α , alors que les composantes isovectorielles sont les coefficients de $\tau_\alpha \tau_3$. Puisque $\tau_\alpha \tau_3$ se décompose en $\frac{1}{2}\{\tau_\alpha, \tau_3\} + \frac{1}{2}[\tau_\alpha, \tau_3]$, soit encore en $\delta_{\alpha 3} + \frac{1}{2}[\tau_\alpha, \tau_3]$, les composantes isovectorielles A_i^+ et A_i^- sont égales et de même signe.

Les amplitudes invariantes pour le terme de Born de la voie s se déduisent alors simplement de la relation (B.5) :

$$\begin{aligned}
 A_1^0 &= -\frac{eg}{2} \frac{F_1^S(q^2)}{s - M^2} & A_1^\pm &= -\frac{eg}{2} \frac{F_1^V(q^2)}{s - M^2} \\
 A_2^0 &= \frac{eg}{t - \mu^2} \frac{F_1^S(q^2)}{s - M^2} & A_2^\pm &= \frac{eg}{t - \mu^2} \frac{F_1^V(q^2)}{s - M^2} \\
 A_3^0 &= \frac{eg}{4M} \frac{F_2^S(q^2)}{s - M^2} & A_3^\pm &= \frac{eg}{4M} \frac{F_2^V(q^2)}{s - M^2} \\
 A_4^0 &= \frac{eg}{4M} \frac{F_2^S(q^2)}{s - M^2} & A_4^\pm &= \frac{eg}{4M} \frac{F_2^V(q^2)}{s - M^2} \\
 A_5^0 &= \frac{eg}{2q^2} \left(1 - \frac{s-u}{t-\mu^2}\right) \frac{F_1^S(q^2)}{s-M^2} & A_5^\pm &= \frac{eg}{2q^2} \left(1 - \frac{s-u}{t-\mu^2}\right) \frac{F_1^V(q^2)}{s-M^2} \\
 A_6^0 &= 0 & A_6^\pm &= 0
 \end{aligned} \tag{B.6}$$

2. Terme de Born de la voie u.

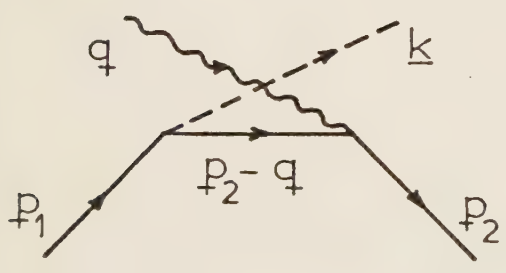


Fig. 52

Le calcul de l'amplitude relative au terme de la voie u est calqué sur celui du terme de la voie s, à deux différences près : l'ordre des termes dans l'élément de matrice du courant électromagnétique est inversé.

Le nucléon échangé a pour quadrimoment $p_2 - q$, de telle sorte que le propagateur est maintenant : $\frac{1}{p_2 - q - M}$

L'élément de matrice du courant électromagnétique est alors :

$$J_\mu = eg \bar{u}_2 \left[F_1 \gamma_\mu + i \frac{F_2}{2M} \sigma_{\mu\nu} q^\nu \right] \frac{1}{p_2 - q - M} \gamma_5 u_1 \quad (B.7)$$

Puisque la matrice γ_5 anticommute avec l'une quelconque des matrices γ_μ , l'amplitude pour le terme de Born de la voie u s'écrit :

$$\epsilon^\mu J_\mu = eg \bar{u}_2 \gamma_5 \epsilon^\mu \left[-F_1 \gamma_\mu + i \frac{F_2}{2M} \sigma_{\mu\nu} q^\nu \right] \frac{-p_2 + q + M}{u - M^2} u_1 \quad (B.8)$$

En utilisant ici l'équation de Dirac pour le nucléon sortant $\not{p}_2 u_2 = M u_2$, cette relation devient :

$$\begin{aligned} \epsilon^\mu J_\mu = eg \bar{u}_2 \gamma_5 & \left[\frac{F_1}{u-M^2} (2 \underline{\epsilon} \cdot \underline{p} - \underline{\epsilon} \cdot \underline{k} - \not{\epsilon} \not{q}) - \frac{F_2}{2M} \not{\epsilon} \right. \\ & \left. - \frac{F_2}{2M(u-M^2)} (2 \underline{\epsilon} \cdot \underline{p} \not{q} - \underline{\epsilon} \cdot \underline{k} \not{q} + 2M \not{\epsilon} \not{q}) \right] u_1 \end{aligned} \quad (B.9)$$

soit en fonction des matrices de Dennery :

$$\epsilon^\mu J_\mu = \frac{eg}{u-M^2} \left[-F_1 M_1 + \frac{2F_1}{t-\mu^2} M_2 - \frac{F_2}{2M} (M_3 - M_4) - \frac{F_1}{2} \left(1 + \frac{s-u}{t-\mu^2} \right) M_5 \right]. \quad (B.10)$$

La décomposition dans l'espace des isospins est également quelque peu différente de celle effectuée dans la voie s. En effet dans le calcul de la composante isovectorielle de l'amplitude, l'ordre des opérateurs τ_α et τ_3 est inversé. C'est le produit $\tau_3 \tau_\alpha = \delta_{\alpha 3} - \frac{1}{2} [\tau_\alpha, \tau_3]$ qui intervient, de telle sorte que les amplitudes A_i^+ et A_i^- sont de signe opposé. Nous obtenons :

$$\begin{aligned} A_1^0 &= -\frac{eg}{2} \frac{F_1^S(q^2)}{u-M^2} & A_1^\pm &= \mp \frac{eg}{2} \frac{F_1^V(q^2)}{u-M^2} \\ A_2^0 &= \frac{eg}{t-\mu^2} \frac{F_1^S(q^2)}{u-M^2} & A_2^\pm &= \pm \frac{eg}{t-\mu^2} \frac{F_1^V(q^2)}{u-M^2} \\ A_3^0 &= -\frac{eg}{4M} \frac{F_2^S(q^2)}{u-M^2} & A_3^\pm &= \mp \frac{eg}{4M} \frac{F_2^V(q^2)}{u-M^2} \end{aligned} \quad (B.11)$$

$$A_4^0 = \frac{eg}{4M} \frac{F_2^S(q^2)}{u - M^2}$$

$$A_5^0 = \frac{eg}{2q^2} \left(1 + \frac{s-u}{t-\mu^2}\right) \frac{F_1^S(q^2)}{u - M^2}$$

$$A_6^0 = 0$$

$$A_4^\pm = \pm \frac{eg}{4M} \frac{F_2^V(q^2)}{u - M^2}$$

$$A_5^\pm = \pm \frac{eg}{2q^2} \left(1 + \frac{s-u}{t-\mu^2}\right) \frac{F_1^V(q^2)}{u - M^2}$$

$$A_6^\pm = 0$$

3. Terme de Born de la voie t.

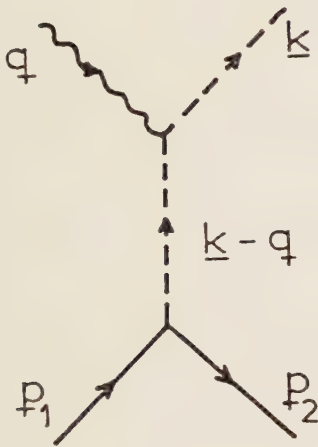


Fig. 53

Pour le terme de Born de la voie t, une remarque s'impose immédiatement : Pour des raisons d'invariance par conjugaison de charge et de parité isotopique, on peut montrer [17] que ce terme ne contribue qu'aux composantes A_i^- des amplitudes invariantes.

L'élément de matrice du courant électromagnétique s'écrit :

$$J_\mu = eg \bar{u}_2 \gamma_5 \frac{2k_\mu - q_\mu}{t - \mu^2} F_\pi u_1 \quad (B.12)$$

F_π est le facteur de forme électromagnétique du pion qui intervient au vertex photon-pion. En raison de la relation de conservation $\epsilon^\mu_{q\mu} = 0$, l'amplitude est simplement :

$$\epsilon^\mu J_\mu = 2eg \frac{F_\pi}{t-\mu^2} \bar{u}_2 \gamma_5 \underline{\epsilon} \cdot \underline{k} u_1 = \frac{2eg}{q^2} \frac{F_\pi}{t-\mu^2} M_5 \quad (B.13)$$

Le terme de Born de la voie t ne contribue donc qu'à l'amplitude A_5^- :

$$A_5^- = \frac{2eg}{q^2} \frac{F_\pi(q^2)}{t-\mu^2} \quad (B.14)$$

4. Les amplitudes invariantes A_1^{IB} pour les termes de Born des voies s, u et t se déduisent des relations (B.6), (B.11) et (B.14) :

$$A_1^{OB} = -\frac{eg}{2} F_1^S(q^2) \left[\frac{1}{s-M^2} + \frac{1}{u-M^2} \right]$$

$$A_2^{OB} = \frac{eg}{t-\mu^2} F_1^S(q^2) \left[\frac{1}{s-M^2} + \frac{1}{u-M^2} \right]$$

$$A_3^{OB} = \frac{eg}{4M} F_2^S(q^2) \left[\frac{1}{s-M^2} - \frac{1}{u-M^2} \right]$$

$$A_4^{OB} = \frac{eg}{4M} F_2^S(q^2) \left[\frac{1}{s-M^2} + \frac{1}{u-M^2} \right]$$

$$A_5^{OB} = \frac{eg}{2q^2} F_1^S(q^2) \left[\left(1 - \frac{s-u}{t-\mu^2}\right) \frac{1}{s-M^2} - \left(1 + \frac{s-u}{t-\mu^2}\right) \frac{1}{u-M^2} \right]$$

$$A_1^{\pm B} = -\frac{eg}{2} F_1^V(q^2) \left[\frac{1}{s-M^2} \pm \frac{1}{u-M^2} \right]$$

(B.15)

$$A_2^{\pm B} = \frac{eg}{t-\mu^2} F_1^V(q^2) \left[\frac{1}{s-M^2} \pm \frac{1}{u-M^2} \right]$$

$$A_3^{\pm B} = \frac{eg}{4M} F_2^V(q^2) \left[\frac{1}{s-M^2} \mp \frac{1}{u-M^2} \right]$$

$$A_4^{\pm B} = \frac{eg}{4M} F_2^V(q^2) \left[\frac{1}{s-M^2} \pm \frac{1}{u-M^2} \right]$$

$$A_5^{\pm B} = \frac{eg}{2q^2} F_1^V(q^2) \left[\left(1 - \frac{s-u}{t-\mu^2}\right) \frac{1}{s-M^2} \mp \left(1 + \frac{s-u}{t-\mu^2}\right) \frac{1}{u-M^2} \right] + 0 + \frac{2eg}{q^2} \frac{F_\pi(q^2)}{t-\mu^2}$$

$$A_6^{OB} = A_6^{+B} = A_6^{-B} = 0$$

Appendice C

RELATIONS CINEMATIQUES DANS LE SYSTEME DU LABORATOIRE

Il s'agit de déterminer la variation relative de la quantité de mouvement du pion $\delta k/k$ en fonction des variations élémentaires de l'énergie de l'électron incident $\delta E/E$, de l'énergie de l'électron diffusé $\delta E'/E'$, et des angles $\delta\theta'$, $\delta\theta$ et $\delta\phi$.

Dans tout ce qui va suivre, les variables cinématiques sont exprimées dans le système du laboratoire. Les angles θ et θ' sont repérés par rapport à la direction de l'électron incident.

Nous avons vu que la quantité de mouvement du pion est fonction de cinq paramètres indépendants :

$$k = k(E, E', \theta', \theta, \phi) \quad (C.1)$$

Des variations élémentaires de ces cinq paramètres conduisent à une variation dk telle que :

$$dk = \frac{\partial k}{\partial E} dE + \frac{\partial k}{\partial E'} dE' + \frac{\partial k}{\partial \theta'} d\theta' + \frac{\partial k}{\partial \theta} d\theta + \frac{\partial k}{\partial \phi} d\phi \quad (C.2)$$

Afin de parvenir à une relation de ce type, il convient d'éliminer les variables cinématiques relatives au neutron, en écrivant que la dérivée totale du carré du quadrimoment p_2 est nulle puisque $p_2^2 = M^2$.

$$p_2^2 = (p + p_1 - p' - \underline{k})^2 \quad (C.3)$$

En négligeant la masse de l'électron, $p = E$ et $p' = E'$. De plus le proton cible étant au repos, $E_1 = M$ et $p_1 = 0$. Dans ces conditions la relation (C.3) devient :

$$\begin{aligned} p_2^2 = M^2 + \mu^2 + 2ME - 2EE'(1 - \cos \theta') - 2Ek_0 + 2Ek \cos \theta \\ - 2ME' - 2Mk_0 - 2E'k_0 - 2E'k \cos \theta. \end{aligned} \quad (C.4)$$

θ est l'angle entre la quantité de mouvement de l'électron diffusé et celle du pion produit :

$$\cos \theta = \cos \theta' \cos \theta + \sin \theta' \sin \theta \cos \phi. \quad (C.5)$$

Soit β la vitesse du pion dans le laboratoire, satisfaisant aux relations suivantes :

$$\beta = \frac{k}{k_0}; \quad \gamma = \frac{k_0}{k} = \frac{1}{\beta}; \quad dk_0 = \beta dk. \quad (C.6)$$

Lorsque les plans de diffusion de l'électron et de production de pion sont confondus ce qui est le cas dans l'expérience, $\phi = \pi$ et $\theta = \theta' + \theta$. En dérivant la relation (C.4) nous obtenons :

$$\begin{aligned} [M - E'(1 - \cos \theta') - k(\gamma - \cos \theta)] dE - [M + E(1 - \cos \theta') - k(\gamma - \cos \theta)] dE' \\ - [\beta M + E(\beta - \cos \theta) - E'(\beta - \cos \theta)] dk + E'k \sin \theta' \sin \theta \sin \phi d\phi \\ - [EE' \sin \theta' - E'k \sin \theta] d\theta' - [Ek \sin \theta - E'k \sin \theta] d\theta = 0. \end{aligned} \quad (C.7)$$

Il convient également de remarquer que le terme en $d\phi$, proportionnel à $\sin \phi$, est nul pour $\phi = \pi$. De plus la conservation de l'énergie et de la quantité de mouvement se traduit par $E \sin \theta = E' \sin \theta$ lorsque le pion est produit dans la direction du photon virtuel : Le terme en $d\theta$ est également nul dans les conditions cinématiques de l'expérience.

Pour les variations finies δE , $\delta E'$ et $\delta \theta'$, la relation (C.7) devient :

$$\frac{\delta k}{k} = a \frac{\delta E}{E} + b \frac{\delta E'}{E'} + c \delta \theta' \quad (C.8)$$

$$a = \frac{E}{k} \frac{M - E'(1 - \cos \theta') - k(\gamma - \cos \theta)}{\beta M + E(\beta - \cos \theta) - E'(\beta - \cos \theta)} \quad (C.9)$$

$$b = -\frac{E'}{k} \frac{M + E(1 - \cos \theta') - k(\gamma - \cos \theta)}{\beta M + E(\beta - \cos \theta) - E'(\beta - \cos \theta)} \quad (C.10)$$

$$c = -\frac{E'}{k} \frac{E' \sin \theta' - k \sin \theta}{\beta M + E(\beta - \cos \theta) - E'(\beta - \cos \theta)} \quad (C.11)$$

Appendice D

MATRICES DE TRANSFERT DES AIMANTS 700, 400 et ZERO.

Des spectromètres magnétiques tels que ceux que nous utilisons dans l'expérience sont caractérisées par trois paramètres essentiels.

- . L'indice de champ n .
- . L'angle de déviation α pour la trajectoire moyenne.
- . Le rayon de courbure ρ de la trajectoire centrale d'une particule de quantité de mouvement P .

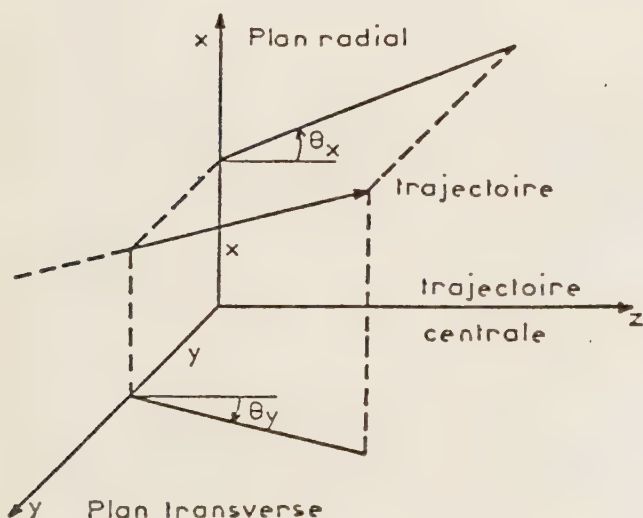


Fig. 54

La trajectoire d'une particule de quantité de mouvement $P + \delta P$ est repérée par quatre coordonnées définies à la figure ci-contre :

..La distance x et l'angle θ_x de la projection de la trajectoire dans le plan radial par rapport à la trajectoire centrale.

. Les coordonnées y et θ_y équivalentes définies dans le plan transverse.

La trajectoire à la sortie de l'aimant (x' , θ'_x , y' , θ'_y) se

déduit de la trajectoire à l'entrée de l'aimant $(x, \theta_x, y, \theta_y)$ grâce à deux relations matricielles :

$$\begin{bmatrix} x' \\ \theta'_x \\ \frac{\delta P}{P} \end{bmatrix} = M_R \begin{bmatrix} x \\ \theta_x \\ \frac{\delta P}{P} \end{bmatrix} \quad \text{dans le plan radial} \quad (D.1)$$

$$\begin{bmatrix} y' \\ \theta'_y \end{bmatrix} = M_T \begin{bmatrix} y \\ \theta_y \end{bmatrix} \quad \text{dans le plan transverse} \quad (D.2)$$

M_R est une matrice de dimensions 3×3 , dont l'expression en fonction de n , α et ρ est donnée par :

$$M_R = \begin{bmatrix} \cos \alpha \sqrt{1-n} & \frac{\rho}{\sqrt{1-n}} \sin \alpha \sqrt{1-n} & \frac{\rho}{1-n} (1 - \cos \alpha \sqrt{1-n}) \\ -\frac{\sqrt{1-n}}{\rho} \sin \alpha \sqrt{1-n} & \cos \alpha \sqrt{1-n} & \frac{\sin \alpha \sqrt{1-n}}{\sqrt{1-n}} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (D.3)$$

M_T est une matrice 2×2 dont l'expression est la suivante :

$$M_T = \begin{bmatrix} \cos \alpha \sqrt{n} & \frac{\rho}{\sqrt{n}} \sin \alpha \sqrt{n} \\ -\frac{\sqrt{n}}{\rho} \sin \alpha \sqrt{n} & \cos \alpha \sqrt{n} \end{bmatrix} \quad (D.4)$$

En effet, au premier ordre la projection de la trajectoire dans le plan transverse ne dépend pas de la quantité de mouvement de la particule.

Compte tenu des valeurs de n , α et ρ indiquées dans le tableau III, il est facile d'obtenir les matrices de transfert au premier ordre pour les trois aimants. En fait, dans des spectromètres tels que les aimants 700 et 400, les matrices de transfert au premier ordre sont insuffisantes pour tenir compte de l'inclinaison du plan focal et de la variation de la dispersion le long de ce plan. Il convient d'ajouter des termes d'ordre 2 dont les plus importants sont proportionnels à :

$$\theta_y^2, \theta_x \theta_y, x \frac{\delta P}{P}, y \frac{\delta P}{P}, \theta_x \frac{\delta P}{P}, \theta_y \frac{\delta P}{P}, \left(\frac{\delta P}{P}\right)^2.$$

Les éléments de matrice sont alors déterminés numériquement à partir de mesures de cartes de champ de l'aimant. Ce sont ces valeurs numériques que nous avons prises en compte dans un calcul de type "Monte-Carlo" simulant les trajectoires des électrons dans l'aimant 400.

L'aimant Zéro

Compte tenu des valeurs de n , α et ρ données au tableau III, les matrices M_{RO} et M_{TO} pour l'aimant Zéro sont :

$$M_{RO} = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & 1 & 2 - \sqrt{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad M_{TO} = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & 1 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix} \quad (D.5)$$

Pour ce qui est de l'aimant Zéro, nous nous contenterons de ces matrices de transfert au premier ordre, corrigées toutefois pour tenir compte de l'effet du champ de fuite de l'aimant. Dans ces conditions les angles θ'_x et θ'_y de la trajectoire à la sortie de l'aimant sont données par les relations :

$$\theta'_x = -0,446 x + 0,712 \theta_x + 0,993 \frac{\delta P}{P} \quad (D.6)$$

$$\theta'_y = -0,446 y + 0,712 \theta_y \quad (D.7)$$

où les distances sont exprimées en mètres, les angles en radians, $\frac{\delta P}{P}$ étant sans dimensions.

Pour une source ponctuelle, les coordonnées x , θ_x , y , θ_y ne sont pas indépendantes

$$x = d \operatorname{tg} \theta_x \quad (D.8)$$

$$y = d \operatorname{tg} \theta_y \quad (D.9)$$

d est la distance objet de l'aimant.

Pour de petits angles, de l'ordre de 10^{-2} radian, les relations (D.6) et (D.7) deviennent :

$$\theta'_x = 0,012 \theta_x + 0,993 \frac{\delta P}{P} \approx \frac{\delta P}{P} \quad (D.10)$$

$$\theta'_y = 0,012 \theta_y \approx 0 \quad (D.11)$$

En première approximation, la variation relative de la quantité de mouvement d'une particule $\delta P/P$ est mesurée par l'angle de sa trajectoire dans le plan radial à la sortie de l'aimant. Dans le plan transverse toutes les trajectoires sont parallèles à la trajectoire centrale.

La mesure de l'angle θ'_x consiste à déterminer les compteurs i et j des hodoscopes H_1 et H_2 touchés au passage de la particule. Nous avons alors :

$$\theta'_x = \frac{j d_2 - i d_1}{d_{12}} \quad (D.12)$$

$d_1 = 1,5$ cm et $d_2 = 3$ cm sont les largeurs des scintillateurs de H_1 et H_2 .
 $d_{12} = 134,5$ cm est la distance séparant les deux hodoscopes.

Si $\delta P/P$ est exprimé en % :

$$\frac{\delta P}{P} = 1,12(2j - i) \quad (D.13)$$

i varie de -9 à $+9$ et j de $-6,5$ à $+6,5$.

La précision de cette mesure est liée à la validité de la relation (D.10), c'est-à-dire à la dimension de la cible. De plus la diffusion coulombienne multiple dans la matière traversée par une particule entre la cible et les détecteurs a pour effet apparent l'augmentation des dimensions de la cible. Ces deux effets, pris en compte dans un calcul de simulation des trajectoires des particules, conduisent à une résolution en énergie de la voie pion de 2% environ.

Appendice E

CORRECTIONS RADIATIVES

Nous avons vu que la section efficace différentielle d'électroproduction, dans le cadre de l'approximation de l'échange d'un seul photon virtuel, est reliée à l'amplitude $\mathcal{A}$ du processus par :

$$d\sigma = \frac{1}{4} \sum_{S,S'} \sum_{S_1,S_2} |\mathcal{A}|^2 dC \quad (E,1)$$

$d\sigma$ est alors proportionnelle au carré de la constante de structure fine α^2 . Le calcul des corrections radiatives consiste à prendre en compte les termes contribuant à l'ordre α^3 à cette section efficace. Ces termes sont représentés par les diagrammes de la figure 55. Le diagramme 1 représente le terme habituel de polarisation du vide. La contribution des photons virtuels aux corrections radiatives provient des termes 2 à 7, alors que la contribution des photons réels est décrite par les diagrammes 8 à 11.

La section efficace différentielle observable se décompose alors en deux termes :

$$d\sigma' = \frac{1}{4} \sum_{S,S'} \sum_{S_1,S_2} \left[|\mathcal{A} + \sum_{i=1}^7 a_i|^2 + \left| \sum_{i=8}^{11} a_i \right|^2 \right] dC \quad (E.2)$$

Les amplitudes a_i correspondent à chacun des termes de la figure 55. Elles sont toutes proportionnelles à l'amplitude $\mathcal{A}$ de telle sorte que la section efficace observable $d\sigma'$ est reliée à la section efficace $d\sigma$ par :

$$d\sigma' = d\sigma (1 - \delta_R)$$

(E.3)

Le terme δ_R constitue les corrections radiatives au premier ordre. Le calcul de δ_R pour le processus d'électroproduction a été effectué par De Calan et Fuchs [58] et par Bartl et Urban [59].

Nous en rappelons ici les grandes lignes.

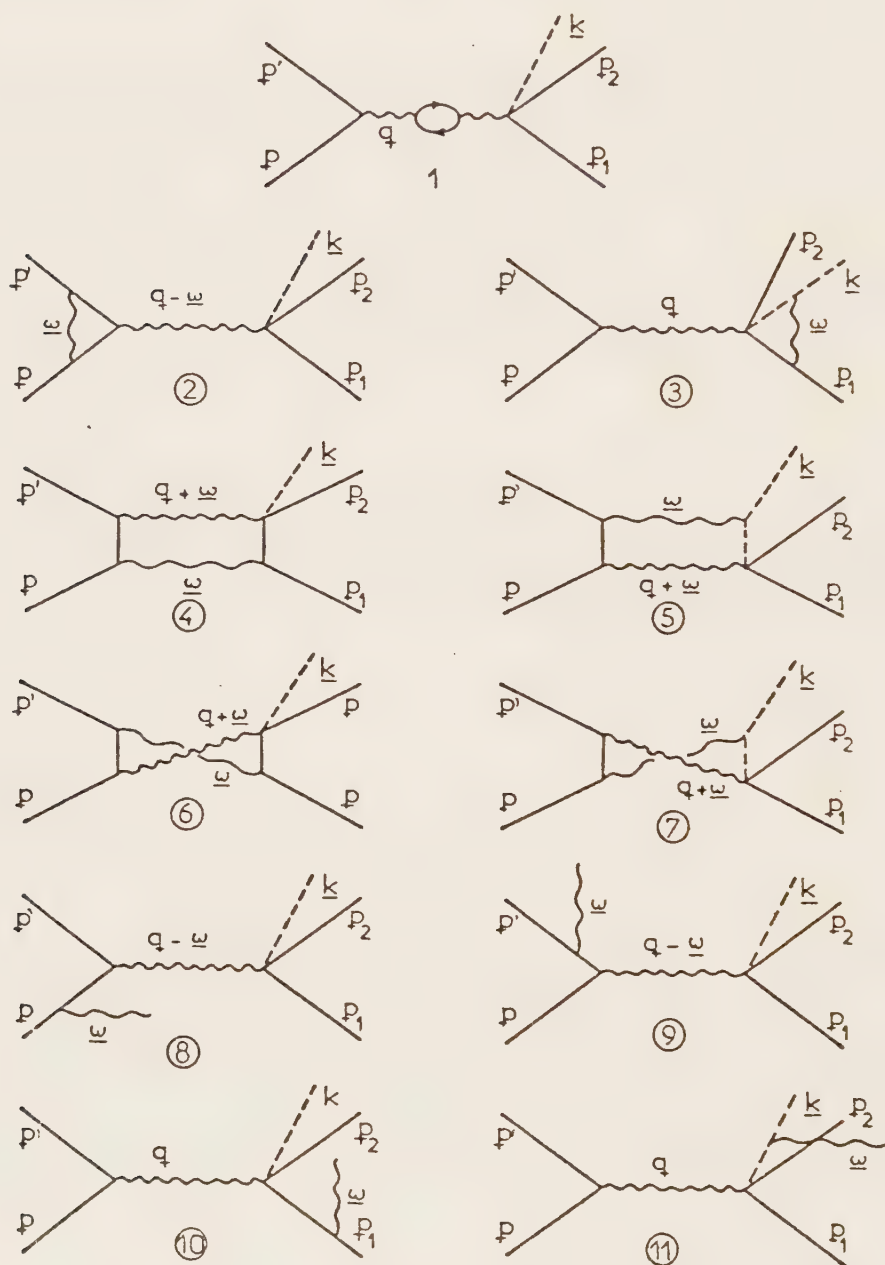


Fig. 55

Termes contribuant à l'ordre α^3 à la section efficace d'électroproduction.

1. Contributions des photons virtuels

L'amplitude $\mathcal{A}_1$ relative au terme de polarisation du vide est bien connue et s'exprime en fonction de l'amplitude $\mathcal{A}$:

$$\mathcal{A}_1 = \frac{\alpha}{\pi} \left[\frac{1}{3} \log \left(-\frac{q^2}{m^2} \right) - \frac{5}{9} \right] \mathcal{A} \quad (\text{E.4})$$

Les amplitudes $\mathcal{A}_i$ relatives aux termes 2 à 7 sont plus complexes à calculer, car il convient d'intégrer sur toutes les valeurs possibles du quadrimoment $\underline{\omega}$ du photon virtuel supplémentaire. En fait les intégrales divergent lorsque l'un des quadrimoments de photons virtuels, $\underline{\omega}$, $\underline{q} + \underline{\omega}$ ou $\underline{q} - \underline{\omega}$, tend vers zéro : Il s'agit de la divergence infrarouge, qui est éliminée artificiellement en attribuant une masse fictive λ au photon.

Pour les amplitudes $\mathcal{A}_2$ à $\mathcal{A}_7$ les termes infrarouge constituent les seules contributions non négligeables, sauf en ce qui concerne l'amplitude $\mathcal{A}_2$: à la contribution infrarouge s'ajoute un terme tel que :

$$\mathcal{A}_2 = \frac{\alpha}{\pi} \left[\frac{3}{4} \text{Log} \left(-\frac{q^2}{m^2} \right) - 1 \right] \mathcal{A} + \text{terme infrarouge} \quad (\text{E.5})$$

Dans ces conditions la contribution des photons virtuels aux corrections radiatives est :

$$\delta_{R1} = \frac{\alpha}{\pi} \left[\frac{28}{9} - \frac{13}{6} \text{Log} \left(-\frac{q^2}{m^2} \right) \right] + \text{termes infrarouges.} \quad (\text{E.6})$$

2. Contributions des photons réels.

Il convient à nouveau d'intégrer les amplitudes $\mathcal{A}_8$ à $\mathcal{A}_{11}$ sur toutes les valeurs possibles de l'énergie ω du photon. Cette intégration fait encore apparaître une divergence infrarouge, qui est éliminée de la même façon que précédemment en attribuant une masse λ au photon.

Les bornes d'intégration sont déterminées par l'énergie maximale pouvant être emportée par le photon, de telle sorte que l'événement soit encore détecté. Le domaine d'intégration est en fait représenté dans le plan (E', k) à la figure 26. Il dépend en particulier des coupures cinématiques Δk effectuées autour de la droite de pente b au cours de l'analyse des données.

L'intégration est effectuée dans le système de Lorentz défini par $\vec{p}_2 + \vec{\omega} = \vec{0}$,

où l'émission du photon est isotrope. La contribution des photons réels est calculée dans les références [58] et [59]. Le résultat est obtenu sous une forme assez complexe. Cependant, si les rayonnements du proton et du pion sont négligés devant celui des électrons, ce résultat se réduit à une expression relativement plus simple :

$$\delta_{R2} = -\frac{\alpha}{\pi} \left\{ \left[\text{Log} \left(-\frac{q^2}{m^2} \right) - 1 \right] \left[\text{Log} \left(\frac{b_2^2 (\Delta k)^2}{M^2 \bar{E} \bar{E}'} \right) \right] + 2 \frac{b_2}{b_1} \frac{\Delta k}{\Delta E} \text{Log} \left(\frac{2b_2 \Delta k + b_1 \Delta E'}{2b_2 \Delta k - b_1 \Delta E'} \right) \right. \\ \left. + \text{Log} \frac{(2b_2 \Delta k + b_1 \Delta E')(2b_2 \Delta k - b_1 \Delta E')}{4b_2^2 (\Delta k)^2} - 2 \right] + \phi \left[\frac{\bar{E}' - \bar{E}}{\bar{E}'} \right] + \phi \left[\frac{\bar{E} - \bar{E}'}{\bar{E}} \right] \\ \left. + \text{termes infrarouges} \right\} \quad (E.7)$$

b_1 et b_2 sont les coefficients de dE' et dk de l'équation différentielle (C.7).

$$b_1 = M + E(1 - \cos \theta') - k(\gamma - \cos \theta) \quad (E.8)$$

$$b_2 = \beta M + E(\beta - \cos \theta) - E'(\beta - \cos \theta) \quad (E.9)$$

Les notations utilisées ont été définies dans l'appendice C.

b_1 et b_2 sont donc liés au coefficient b traduisant la corrélation entre la quantité de mouvement du pion et l'énergie de l'électron diffusé par :

$$b = -\frac{E'}{k} \frac{b_1}{b_2} \quad (E.10)$$

Les énergies des électrons $\bar{E}$ et $\bar{E}'$ intervenant dans la relation (E.7) doivent être exprimées dans le système de Lorentz où a lieu l'intégration. Elles s'expriment en fonction des variables cinématiques dans le laboratoire par :

$$\bar{E} = \frac{1}{M} \left[\underline{p} \cdot \underline{p}_1 - \underline{p} \cdot \underline{p}' - \underline{p} \cdot \underline{k} \right] = E + \frac{q^2}{2M} - k \frac{E}{M} (\gamma - \cos \theta) \quad (E.11)$$

$$\bar{E}' = \frac{1}{M} \left[\underline{p}' \cdot \underline{p}_1 - \underline{p}' \cdot \underline{p} - \underline{p}' \cdot \underline{k} \right] = E' - \frac{q^2}{2M} - k \frac{E'}{M} (\gamma - \cos \theta) \quad (E.12)$$

Les fonctions de Spence $\phi \left[\frac{\bar{E}' - \bar{E}}{\bar{E}'} \right]$ et $\phi \left[\frac{\bar{E} - \bar{E}'}{\bar{E}} \right]$ sont définies par :

$$\phi(x) = - \int_0^x \text{Log} |1-y| \frac{dy}{y} \quad (E.13)$$

Ces deux termes sont en fait tout-à-fait négligeables.

3.. Corrections radiatives totales

Elles sont obtenues en ajoutant les contributions δ_{R1} et δ_{R2} données par les relations (E.6) et (E.7).

Les termes infrarouges provenant des contributions des photons virtuels et des photons réels s'annulent exactement, de telle sorte que la correction globale est donnée par :

$$\delta_R = \frac{\alpha}{\pi} \left\{ \frac{28}{9} - \frac{13}{6} \text{Log} \left(-\frac{q^2}{m^2} \right) - \left[\text{Log} \left(-\frac{q^2}{m^2} \right) - 1 \right] \left[\text{Log} \left(\frac{b_2^2 (\Delta k)^2}{M^2 E E'} \right) - 2 \right. \right. \\ \left. \left. + 2 \frac{b_2}{b_1} \frac{\Delta k}{\Delta E'} \text{Log} \left(\frac{2b_2 \Delta k + b_1 \Delta E'}{2b_2 \Delta k - b_1 \Delta E'} \right) + \text{Log} \frac{(2b_2 \Delta k + b_1 \Delta E')(2b_2 \Delta k - b_1 \Delta E')}{4b_2^2 (\Delta k)^2} \right] \right\} \quad (\text{E.14})$$

D'après Bartl et Urban l'erreur commise sur la section efficace en négligeant le rayonnement du proton et du pion est inférieure ou au maximum égale à 1 % dans notre domaine d'énergie ($E < 1 \text{ GeV}$).

4. Corrections radiatives pour la diffusion élastique électron-proton.

Le calcul des corrections radiatives au premier ordre pour la diffusion élastique electron-proton est tout-à-fait analogue à celui de δ_R pour l'électroproduction. Il se décompose à nouveau en une contribution due à l'échange de photons virtuels supplémentaires par rapport à l'approximation de l'échange d'un seul photon, et une contribution due à l'émission de photons réels par les particules chargées de la réaction.

Les termes infrarouges provenant de ces deux contributions s'annulent exactement. Le calcul des contributions des photons virtuels est identique à celui effectué dans le cas de l'électroproduction, à cette différence près cependant : deux particules seulement constituent l'état final de telle sorte que les diagrammes faisant intervenir l'échange d'un photon virtuel entre l'état initial et l'état final ne sont plus que deux, au lieu de quatre précédemment. Les contributions des photons virtuels sont à nouveau données par la relation (E.6) à condition de ne tenir compte, en plus des termes infrarouges, que du diagramme de polarisation du vide et du terme de vertex de l'électron analogue à celui du diagramme 2 de la figure 55.

Pour ce qui est des contributions des photons réels, l'intégration sur l'énergie des photons est plus simple que dans le cas de l'électroproduction puisque l'état final est constitué de deux particules dont une seule, l'électron diffusé, est détectée. Le calcul peut alors être conduit jusqu'au bout sans négliger le rayonnement du proton. Un tel calcul a été effectué par Tsai [56] et par Meister et Yennie [57]. Nous donnons ici le résultat de Tsai :

$$\begin{aligned}
 \delta'_R = & \frac{\alpha}{\pi} \left\{ \frac{28}{9} - \frac{13}{6} \text{Log} \left(-\frac{q^2}{m^2} \right) + \left[\text{Log} \left(-\frac{q^2}{m^2} \right) - 1 \right] \left[\text{Log} \frac{E}{\Delta E} + \text{Log} \frac{E'}{\Delta E'} \right] \right. \\
 & - \phi \left[\frac{E' - E}{E'} \right] + 2 \text{Log} \frac{E}{E'} \left[\text{Log} \frac{E}{\Delta E} + \text{Log} \frac{E'}{\Delta E'} \right] - \text{Log} \frac{E_2}{M} \\
 & + \text{Log} \frac{EM}{E' \Delta E} + \frac{1}{2\beta_2} \text{Log} \frac{1+\beta_2}{1-\beta_2} \text{Log} \frac{E_2+M}{2M} - \phi \left[- \left(\frac{E_2-M}{E_2+M} \frac{1-\beta_2}{1+\beta_2} \right)^{1/2} \right] \\
 & + \phi \left[- \frac{M-E'}{E} \right] - \phi \left[\frac{M(M-E')}{2E'E_2-ME} \right] + \phi \left[\frac{2E'(M-E')}{2E'E_2-ME} \right] + \text{Log} \left[\frac{2E'E_2-ME'}{E(M-2E')} \right] \text{Log} \frac{M}{2E'} \\
 & - \phi \left[- \frac{E_2-E'}{E'} \right] + \phi \left[\frac{M(E_2-E')}{2EE_2-ME'} \right] - \phi \left[\frac{2E(E_2-E')}{2EE_2-ME'} \right] - \text{Log} \left[\frac{2EE_2-ME'}{E'(M-2E)} \right] \text{Log} \frac{M}{2E} \\
 & - \phi \left[- \frac{M-E}{E} \right] + \phi \left[\frac{M-E}{E} \right] - \phi \left[\frac{2(M-E)}{M} \right] - \text{Log} \left[\frac{M}{2E-M} \right] \text{Log} \frac{M}{2E} \\
 & + \phi \left[- \frac{M-E'}{E'} \right] - \phi \left[\frac{M-E'}{E'} \right] + \phi \left[\frac{2(M-E')}{M} \right] + \text{Log} \left[\frac{M}{2E'-M} \right] \text{Log} \frac{M}{2E'} \left. \right\} \quad (E.15)
 \end{aligned}$$

β_2 est la vitesse du proton de recul telle que :

$$\beta_2 = \frac{p_2}{E_2} \quad (E.16)$$

$\Delta E'$ est la différence entre l'énergie E' de l'électron diffusé en l'absence de processus radiatif et la borne inférieure de l'acceptance en énergie du système de détection de l'électron. Elle correspond donc à l'énergie maximale autorisée pour un photon réel émis par l'électron diffusé. De même ΔE correspond à l'énergie maximale d'un photon émis par l'électron incident, soit :

$$\Delta E = \left(\frac{E}{E'} \right)^2 \Delta E' \quad (E.17)$$

Le calcul de Meister et Yennie diffère de celui de Tsai en ce sens qu'il prend en compte des contributions non infrarouges des photons virtuels, alors qu'il néglige un certain nombre de fonctions de Spence dans les contributions des photons réels. Cependant les deux calculs coïncident à mieux de 5 % près. Les corrections radiatives δ'_R étant de l'ordre de 10 % pour notre cinématique, ceci se traduit par une différence inférieure à 5×10^{-3} sur la section efficace de diffusion élastique.

REFERENCES

- [1] M. Gourdin, Physics Reports 11, 29 (1974).
- [2] N. Zovko, Fortschritte der Physik 23, 185 (1975).
- [3] G. Gounaris et J.J. Sakurai, Physical Review Letters 21, 244 (1968).
- [4] F.M. Renard, Physics Letters 47B, 361 (1973).
- [5] F. Borkowski et al., Nuclear Physics A222, 269 (1974).
F. Borkowski et al., Nuclear Physics B93, 461 (1975).
- [6] G.T. Adylov et al, Physics Letters 51B, 402 (1974).
- [7] D. Drickey et al, NAL Proposal n° 216 (1973).
- [8] H.E. Nordberg Jr et K.F. Kinsey, Physics Letters 20, 692 (1966).
- [9] N.M. Block et al, Physical Review 169, 1074 (1968).
- [10] K.M. Crowe et al, Physical Review 180, 1349 (1969).
- [11] C.W. Akerlof et al, Physical Review 163, 1482 (1967).
- [12] C. Mistretta et al, Physical Review 184, 1487 (1969).
- [13] C.J. Bebek et al, Physical Review D13, 25 (1976).
- [14] C.J. Bebek et al, Physical Review Letters 37, 1326 (1976).
- [15] S.F. Bereznev et al, Soviet Journal of Nuclear Physics 18, 53 (1974).
- [16] A. Quenzer et al., Contribution à "The 1975 International Symposium on lepton and photon interactions at high energies, Stanford (1975).
- [17] G. Cochard, Thèse, Université de Paris VI (1974).
- [18] N. Dombey, Review of Modern Physics 41, 236 (1969).
- [19] G.F. Chew, M.L. Goldberger, F.E. Low et Y. Nambu, Physical Review 106, 1345 (1957).
- [20] P. Denner, Physical Review 124, 2000 (1961).
- [21] F.A. Berends, A. Donnachie et D.L. Weaver, Nuclear Physics B4, 1 (1967).
- [22] N. Zagury, Physical Review 145, 1112 (1966).
N. Zagury, Il Nuovo Cimento 52A, 506 (1967).
- [23] S.L. Adler, Annals of Physics 50, 189 (1968).

- [24] L.D. Pearlstein et A. Klein, Physical Review 107, 836 (1957).
- [25] G.F. Chew, "The analytic S-Matrix", Benjamin, New-York (1966).
- [26] K.M. Watson, Physical Review 88, 1163 (1952).
- [27] L.D. Roper, R.M. Wright et B.T. Feld, Physical Review 138B, 190 (1965).
A. Donnachie et G. Shaw, Annals of Physics 37, 333 (1966).
M. Salomon, Triumf Report, TRI 74-2 (1974).
- [28] S. Fubini, Y. Nambu et V. Wataghin, Physical Review 111, 329 (1958).
- [29] F.A. Berends, Physical Review D1, 2590 (1970).
- [30] G. Von Gehlen, Nuclear Physics B9, 17 (1969).
G. Von Gehlen, Nuclear Physics B20, 102 (1970).
- [31] C. Mistretta et al, Physical Review 184, 1487 (1969).
- [32] R. Siddle et al, Nuclear Physics B35, 93 (1971).
- [33] J.C. Alder et al, Nuclear Physics B46, 573 (1972).
- [34] C. Becchi et G. Morpurgo, Physics Letters 17, 352 (1965).
- [35] H. Harari et H.J. Lipkin, Physical Review 140, 1617 (1965).
- [36] B.H. Kellett et C. Verzegnassi, Il Nuovo Cimento 13A, 195 (1973).
- [37] M. Gourdin et P. Salin, Il Nuovo Cimento 27, 193 (1963).
- [38] P. Salin, Il Nuovo Cimento 32, 521 (1964).
- [39] J.P. Loubaton, Il Nuovo Cimento 39, 591 (1965).
- [40] J.D. Bjorken et J.D. Walecka, Annals of Physics 38, 35 (1966).
- [41] J.D. Walecka et P.A. Zucker, Physical Review 167, 1479 (1968).
- [42] P. Kessler, Annales de l'Institut Henri Poincaré III, 363 (1965).
- [43] G. Cochard, M. Karatchentzeff, P. Kessler et B. Roehmer, Il Nuovo Cimento 12A, 909 (1972).
- [44] G. Cochard, Acta Physica Austriaca 42, 101 (1975).
- [45] L. Stodolsky et J.J. Sakurai, Physical Review Letters 11, 90 (1963).
- [46] W. Rarita et J. Schwinger, Physical Review 60, 61 (1941).
- [47] W. Nutt et B. Loiseau, Nuclear Physics B104, 98 (1976).
- [48] W.R. Frazer, Physical Review 115, 1763 (1959).

- [49] L. Wolfenstein, *Il Nuovo Cimento* 8, 882 (1958).
- [50] P.K. Kabir, *Zeitschrift für Physik* 191, 447 (1966).
- [51] N. Dombey et B.J. Read, *Nuclear Physics* B60, 65 (1973).
- [52] F. Netter, *Bulletin d'Informations Scientifiques et Techniques* 179, 15 (1973).
- [53] G. Bianchi et J.P. Génin, *DECUS Europe, Ninth Seminar Proceedings* 39 (1973).
- [54] G. Bardin, Thèse de 3^{ème} Cycle, Université de Paris XI (1976).
- [55] N.M. Rosenbluth, *Physical Review* 79, 615 (1950).
- [56] Y.S. Tsai, *Physical Review* 120, 269 (1960).
Y.S. Tsai, *Physical Review* 122, 1898 (1960).
- [57] N. Meister et D.R. Yennie, *Physical Review* 130, 1210 (1963).
D.R. Yennie, S.C. Frautschi et H. Suura, *Annals of Physics* 13, 379 (1961).
- [58] C. de Calan et G. Fuchs, *Il Nuovo Cimento* 38, 1594 (1965).
C. de Calan et G. Fuchs, *Il Nuovo Cimento* 41, 286 (1966).
- [59] A. Bartl et P. Urban, *Acta Physica Austriaca* 24, 139 (1966).
- [60] R.M. Sternheimer, *Physical Review* 101, 384 (1956).
- [61] B.W. Allardyce et al, *RHEL Preprint RPP/NS11* (1973).
- [62] E.A. Knapp et al, *Physical Review* 114, 605 (1959).
- [63] N.M. Kroll et M.A. Ruderman, *Physical Review* 93, 233 (1954).
- [64] Y. Nambu et E. Schrauner, *Physical Review* 128, 862 (1962).
- [65] M. Gell-Mann et M. Lévy, *Il Nuovo Cimento* 16, 705 (1960).
- [66] E. Amaldi et al, *Physics Letters* 41B, 216 (1972).
- [67] P. Brauel et al, *Physics Letters* 45B, 389 (1973).
- [68] A. del Guerra et al, *Nuclear Physics* B99, 253 (1975).
- [69] B.J. Read, *Nuclear Physics* B74, 482 (1974).
- [70] G. Furlan, N. Paver et C. Verzegnassi, *Il Nuovo Cimento* 62A, 519 (1969).
G. Furlan, N. Paver et C. Verzegnassi, *Springer Tracts in Modern Physics* 62, 118 (1972).

- [71] G. Benfatto, F. Nicolo et G.C. Rossi, Nuclear Physics B50, 205 (1972).
G. Benfatto, F. Nicolo et G.C. Rossi, Il Nuovo Cimento 14A, 425 (1973).
- [72] B. Dudelzak, Thèse Université de Paris (1965).
- [73] D. Frérejacque et al, Physical Review 141, 1308 (1966).
- [74] T. Janssens et al, Physical Review 142, 922 (1966).
- [75] M. Goitein et al, Physical Review D1, 2449 (1970).
- [76] J. Litt et al, Physics Letters 31B, 40 (1970).
- [77] L.E. Price et al, Physical Review D4, 45 (1971).
- [78] C. Berger, Physics Letters 35B, 87 (1971).
- [79] Y.K. Akimov et al, Soviet Physics JETP 35, 651 (1972).
- [80] D. Ganichot et al, Nuclear Physics A178, 545 (1972).
- [81] W. Bartel et al, Nuclear Physics B58, 429 (1973).
- [82] D.R. Botterill et al, Physics Letters 46B, 125 (1973).
- [83] P.N. Kirk et al, Physical Review D8, 63 (1973).
- [84] J.J. Murphy et al, Physical Review C9, 2125 (1974).
- [85] J.I. Friedman et al, Physical Review 120, 992 (1960).
- [86] C.D. Buchanan et M.R. Yearian, Physical Review Letters 15, 303 (1965).
- [87] B. Grossetête et al, Physical Review 141, 1425 (1966).
- [88] D. Benaksas et al, Physical Review 148, 1327 (1966).
- [89] F.A. Bumiller et al, Physical Review Letters 25, 1774 (1970).
- [90] S. Galster et al, Nuclear Physics B32, 221 (1971).

